



SBÍRKA ŘEŠENÝCH FYZIKÁLNÍCH ÚLOH

MECHANIKA

MOLEKULOVÁ FYZIKA A TERMIKA

ELEKTŘINA A MAGNETISMUS

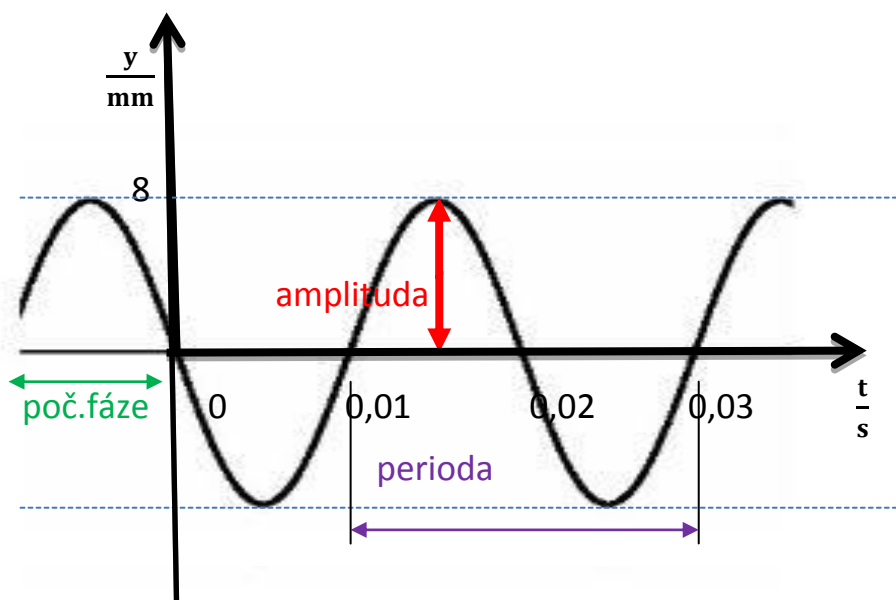
KMITÁNÍ A VLNĚNÍ

OPTIKA

FYZIKA MIKROSVĚTA

MECHANICKÉ KMITÁNÍ

- 1) Hmotný bod koná harmonický pohyb. Na obrázku je nakreslen graf závislosti okamžité výchylky hmotného bodu na čase.
 - a) Jaká je amplituda výchylky harmonického pohybu?
 - b) Jaká je perioda harmonického pohybu?
 - c) Určete počáteční fázi.
 - d) Vypočtěte fázovou rychlost.
 - e) Napište rovnici pro okamžitou výchylku tohoto harmonického kmitavého pohybu:



- a) Amplituda = maximální výchylka: $y_m = 8 \text{ mm} = 8 \cdot 10^{-3} \text{ m}$
- b) Perioda T = nejkratší časový úsek, ve kterém se pohyb opakuje, viz obrázek:
 $0,03 \text{ s} - 0,01 \text{ s} = 0,02 \text{ s}$
 $T = 0,02 \text{ s}$
- c) Počáteční fáze φ_0 = úhel, o který je sinusoida „posunuta“, tj. $\varphi_0 = \pi \text{ rad} \dots (180^\circ)$
- d) Fázová rychlost $\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{0,02} = 100\pi \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$
- e) Okamžitá výchylka $y = y_m \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi_0)$

$$y = 8 \cdot 10^{-3} \sin(100\pi\{t\} + \pi) \text{ m}$$

2) Lidské srdce vykoná 75 tepů za minutu. Určete periodu a frekvenci činnosti srdce.

$$t = 1 \text{ min} = 60 \text{ s}$$

$$n = 75 \text{ tepů}$$

$$T = ? \text{ (s)}$$

$$f = ? \text{ (Hz)}$$

$$f = \frac{n}{t}$$

$$f = \frac{75}{60} = 1,25$$

$$\underline{\underline{f = 1,25 \text{ Hz}}}$$

$$T = f^{-1} = \frac{t}{n}$$

$$T = \frac{60}{75} = 0,8$$

$$\underline{\underline{T = 0,8 \text{ s}}}$$

Perioda srdce je 1,25 Hz, jeho perioda 0,8 s.

- 3) Napište rovnici harmonického kmitání oscilátoru, který kmitá s amplitudou výchylky 3 cm a periodou 0,2 s.

$$y_m = 3 \text{ cm} = 0,03 \text{ m}$$

$$T = 0,2 \text{ s} \Rightarrow f = (0,2)^{-1} \text{ Hz} = 5 \text{ Hz}$$

$$\omega = 2\pi f = 2\pi \cdot 5 = 10\pi \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$$

Rovnice harmonického kmitání oscilátoru $y = 0,03 \sin(10\pi\{t\} + \pi) \text{ m}$.

- 4) Harmonické kmitání je popsáno rovnicí $y = 8 \sin 4\pi \{ t \}$ cm.
Určete amplitudu výchylky a frekvenci kmitání oscilátoru.

Porovnáme obecnou rovnici harmonického kmitání oscilátoru

$y = y_m \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi_0)$ se zadanou $\Rightarrow$

amplituda výchylky: $y_m = 8 \text{ cm} = 0,08 \text{ m}$

úhlová frekvence: $\omega = 2\pi \cdot f = 4\pi \Rightarrow f = 2 \text{ Hz}$

Amplituda výchylky je 0,08 m a frekvence 2 Hz.

- 5) Určete fázi hmotného bodu vykonávajícího harmonický kmitavý pohyb s periodou 0,2 s, jestliže od začátku kmitání uplynula doba 1 sekundy. Počáteční fáze tohoto kmitavého pohybu je rovna 0.

$$T = 0,2 \text{ s}$$

$$t = 1 \text{ s}$$

$$\varphi = ? \text{ (rad)}$$

Fázi kmitavého pohybu si můžeme představit jako velikost úhlu hmotného bodu při pohybu po kružnici $\Rightarrow$

$$\varphi = \omega \cdot t = \frac{2\pi}{T} t$$

$$\varphi = \frac{2\pi}{0,2} \cdot 1 = 10\pi$$

$$\underline{\underline{\varphi = 10\pi \text{ rad}}}$$

Fáze kmitavého pohybu po uplynutí jedné sekundy je 10π rad.

- 6) Hmotný bod harmonicky kmitá s amplitudou výchylky 0,20 m a s nulovou počáteční fází. Určete okamžité výchylky hmotného bodu v časech: $t = \frac{1}{4}T$, $\frac{1}{3}T$, $\frac{1}{2}T$.

$$y_m = 0,2 \text{ m}$$

$$\omega = 2\pi \cdot f = 2\pi \cdot T^{-1}$$

$$\varphi_0 = 0$$

Rovnice okamžité výchylky: $y = y_m \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi_0)$

$$\text{a) } t = \frac{1}{4}T \quad \Rightarrow \quad y = 0,2 \sin\left(\frac{2\pi}{T} \cdot \frac{T}{4}\right) = 0,2 \sin \frac{\pi}{2} = 0,2 \text{ m}$$

$$\text{b) } t = \frac{1}{3}T \quad \Rightarrow \quad y = 0,2 \sin\left(\frac{2\pi}{T} \cdot \frac{T}{3}\right) = 0,2 \sin \frac{2\pi}{3} = 0,2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \doteq 0,173 \text{ m}$$

$$\text{c) } t = \frac{1}{2}T \quad \Rightarrow \quad y = 0,2 \sin\left(\frac{2\pi}{T} \cdot \frac{T}{2}\right) = 0,2 \sin \pi = 0 \text{ m}$$

Okamžité výchylky hmotného bodu v zadaných časech byly:

a) $y = 0,2 \text{ m}$

b) $y = 0,173 \text{ m}$

c) $y = 0 \text{ m}$.

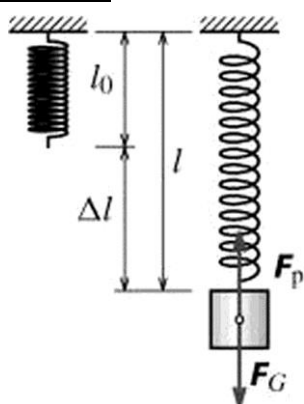
7) Pružina se po zavěšení tělesa prodlouží o 2,5 cm. Určete periodu a frekvenci vlastního kmitání takto vzniklého oscilátoru. ($g = 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$)

$$\Delta l = 2,5 \text{ cm} = 0,025 \text{ m}$$

$$g = 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

$$f = ? (\text{Hz})$$

$$T = ? (\text{s})$$



l_0 ...původní délka pružiny

... síla pružiny

... síla tíhová

Je-li pružina v klidu, tzn. $F_G = F_p$

$$m \cdot g = k \cdot \Delta l$$

$$\frac{m}{k} = \frac{\Delta l}{g}$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{\Delta l}{g}}$$

$$T = 2,314 \cdot \sqrt{\frac{0,025}{10}} = 0,314$$

$$\underline{\underline{T \doteq 0,31 \text{ s}}}$$

$$f = T^{-1}$$

$$f = 0,31^{-1} = 3,225$$

$$\underline{\underline{f = 3,23 \text{ Hz}}}$$

Perioda kmitání pružiny je 0,31 s a frekvence 3,23 Hz

- 8) Těleso zavěšené na pružině kmitá s periodou 0,5 s. O kolik se pružina zkrátí, jestliže těleso z pružiny sejmeme? ($g = 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$)

$$T = 0,5 \text{ s}$$

$$g = 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

$$\Delta l = ? \text{ (m)}$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{\Delta l}{g}}$$

$$T^2 = 4\pi^2 \frac{\Delta l}{g}$$

$$\Delta l = \frac{T^2 \cdot g}{4\pi^2}$$

$$\Delta l = \frac{0,5^2 \cdot 10}{4 \cdot 3,14^2} = 0,063$$

$$\Delta l = 0,06 \text{ m}$$

Pružina se zkrátila o 0,063 m.

- 9) Mechanický oscilátor je tvořen pružinou, na níž je zavěšena miska se závažím. Perioda oscilátoru je 0,5 s. Přidáním dalšího závaží se perioda oscilátoru zvětší na 0,6 s. Určete, o kolik cm se pružina přidáním závaží prodloužila.

$$T_1 = 0,5 \text{ s}$$

$$T_2 = 0,6 \text{ s}$$

$$g = 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

$$\Delta l = ? \text{ (m)}$$

$$T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{\Delta l_1}{g}} \Rightarrow$$

$$\Delta l_1 = \frac{T_1^2 \cdot g}{4\pi^2}$$

$$\Delta l_1 = \frac{0,5^2 \cdot 10}{4\pi^2} = 0,063$$

$$\Delta l_1 = \mathbf{0,063 \text{ m}}$$

$$T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{\Delta l_2}{g}} \Rightarrow$$

$$\Delta l_2 = \frac{T_2^2 \cdot g}{4\pi^2}$$

$$\Delta l_2 = \frac{0,6^2 \cdot 10}{4\pi^2} = 0,091$$

$$\Delta l_2 = \mathbf{0,091 \text{ m}}$$

$$\Delta l = |\Delta l_2 - \Delta l_1|$$

$$\Delta l = \mathbf{0,028 \text{ m} = 2,8 \text{ cm}}$$

Přidáním závaží se pružina se prodloužila o 2,8 cm.

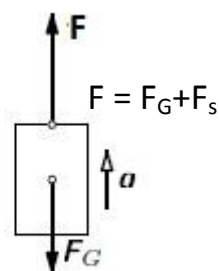
- 10) Kyvadlo na Zemi kmitá s periodou 1 s. Jak se změní perioda kyvadla na palubě rakety, která se pohybuje svisle vzhůru se zrychlením o velikosti $3 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$?

$$T_1 = 1 \text{ s}$$

$$g = 10 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$$

$$a = 3 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$$

$$T_2 = ? (\text{s})$$



Kyvadlo je v neinerciální vztažné soustavě, proto na něho působí setrvačná síla

$F_s = -m \cdot a$, tzn. celkové zrychlení je

$$a_v = g + a$$

$$T_1 = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{l}{g}}$$

$$T_2 = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{l}{a_v}} = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{l}{g + a}}$$

$$T_1^2 \cdot g = T_2^2 \cdot (a + g)$$

$$T_2 = T_1 \sqrt{\frac{g}{a+g}}$$

$$T_2 = 1 \cdot \sqrt{\frac{10}{13}} = 0,877$$

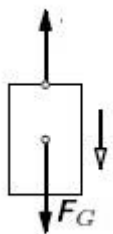
$$\underline{\underline{T_2 = 0,88 \text{ s}}}$$

Perioda kmitů se zkrátila na **0,877 s**.

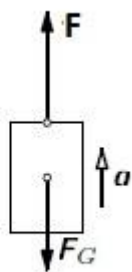
- 11) V kabině výtahu visí kyvadlo, které kmitá s periodou 1 s. Když se kabina pohybuje se stálým zrychlením, kyvadlo kmitá s periodou 1,2 s. Určete velikost a směr zrychlení výtahu. ($g = 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$)

$$\begin{aligned} T_1 &= 1 \text{ s} \\ g &= 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} \\ T_2 &= 1,2 \text{ s} \\ a &= ? (\text{m} \cdot \text{s}^{-2}) \end{aligned}$$

$$\vec{F} = \vec{F}_G + \vec{F}_S$$



Výtah jede dolů



Výtah jede vzhůru

Pohybuje-li se výtah se zrychlením, kyvadlo se nachází v neinerciální vztažné soustavě $\Rightarrow$

působí na něho setrvačné síly, které vždy působí proti změně směru pohybu.

Velikost výsledného zrychlení při jízdě dolů: $a_v = g - a$

Velikost výsledného zrychlení při jízdě vzhůru: $a_v = g + a$

$$T_1^2 \cdot g = T_2^2 \cdot a_v$$

$$a_v = \frac{T_1^2}{T_2^2} \cdot g$$

$$a_v = \frac{1^2}{1,2^2} \cdot 10 = 6,94$$

$$a_v = 6,94 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

$$a = g - a_v$$

$$a = 10 - 6,94 = 3,06$$

$$\underline{\underline{a = 3,06 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}}}$$

Výtah jede dolů se zrychlením $3,06 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.

12) Raketa startuje svisle vzhůru se zrychlením o velikosti 3 g (g je velikost tíhového zrychlení). Kolik celých kmitů vykoná kyvadlo délky 1 m umístěné v raketě za dobu, za kterou raketa dosáhne výšky 1480 m? Změnu tíhového zrychlení při pohybu rakety neuvažujte.

$$h = 1480 \text{ m}$$

$$l = 1 \text{ m}$$

$$a = 3g$$

$$g = 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

$$\text{počet kmitů: } n = ?$$

!!! Jestliže se raketa od nás vzdaluje, jedná se o inerciální vztažnou soustavu, v níž platí Newtonovy zákony, ALE kyvadlo se nachází v neinerciální vztažné soustavě, tudíž na ně působí síla setrvačná!!!

a) Vypočteme, za jak dlouho se raketa octne ve výšce 1480 m:

$$h = \frac{a \cdot t^2}{2} \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2h}{a}} \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2 \cdot 1480}{3g}}$$

b) Vypočteme periodu vlastního kmitání kyvadla v raketě:

Na kyvadlo působí tíhová síla + setrvačná síla, tzn. že výsledné zrychlení

$$a_v = g + 3g$$

$$T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{l}{4g}} \Rightarrow$$

$$T = \pi \cdot \sqrt{\frac{l}{g}} \Rightarrow$$

$$\frac{t}{T} = \frac{1}{\pi} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot 1480}{3}}$$

$$\frac{t}{T} = \frac{1}{3,14} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot 1480}{3}} = 10$$

$$\frac{t}{T} \doteq 10$$

Kyvadlo délky 1 m vykoná v raketě 10 kmitů.

- 13) Perioda vlastního kmitání železničního vagonu je 1,25 s. Při jaké velikosti rychlosti dosáhne kmitání způsobené nárazy kol na spoje mezi kolejnicemi maxima, jestliže délka kolejnic je 25 m?

$$T = 1,25 \text{ s}$$

$$l = 25 \text{ m}$$

$$v_m = ? (\text{km} \cdot \text{h}^{-1})$$

Jestliže vagon urazí vzdálenost odpovídající délce kolejnice za dobu jedné periody nebo celistvých násobků periody, dojde k zesílení kmitání $\Rightarrow$

$$v = \frac{s}{t} = \frac{l}{T}$$

$$v = \frac{25}{1,25} = 20$$

$$\underline{\underline{v = 20 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} = 72 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}}}$$

Železniční vagon musí dosahovat rychlosti $72 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ nebo $36 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$, $18 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$. (tj. $72 : n$, kde n je přirozené číslo).

14) Jak se změní doba kmitu matematického kyvadla, jestliže zkrátíme jeho délku o 25 %?

Původní délka: l

Zkrácená délka: $\frac{3}{4}l$

(Úvaha: čím kratší délka závěsu, tím kmitá rychleji)

$$T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{l}{g}}$$

$$T' = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{3l}{4g}} \Rightarrow$$

$$T' = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot T \Rightarrow$$

$$\underline{\underline{T' \doteq 0,87 T}}$$

Doba kmitu (tj. perioda) se přibližně **0,87** krát zmenší.

- 15) Mechanický oscilátor kmitá harmonicky s amplitudou výchylky 2 cm a jeho energie kmitání je $3 \cdot 10^{-4}$ J. Určete okamžitou výchylku, při níž na těleso oscilátoru působí síla o velikosti $2,25 \cdot 10^{-2}$ N.

$$y_m = 2 \text{ cm} = 2 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

$$E = 3 \cdot 10^{-4} \text{ J}$$

$$F = 2,25 \cdot 10^{-2} \text{ N}$$

$$y = ? \text{ (m)}$$

Energii oscilátoru vypočteme pomocí vzorce:

$$E = \frac{k \cdot y_m^2}{2}$$

a pro sílu působící na oscilátor platí vztah:

$$F = -k \cdot y \Rightarrow$$

$$y = \frac{F}{k} = \frac{F}{\frac{2E}{y_m^2}} \Rightarrow$$

$$y = \frac{F \cdot y_m^2}{2E}$$

$$|y| = \frac{2^2 \cdot 10^{-4} \cdot 2,25 \cdot 10^{-2}}{2 \cdot 3 \cdot 10^{-4}} = 1,5 \cdot 10^{-2}$$

$$\underline{|y| = 1,5 \cdot 10^{-2} \text{ m} = 1,5 \text{ cm}}$$

Okamžitá výchylka mechanického oscilátoru je $\pm 1,5 \text{ cm}$.

- 16) Studenti určovali pomocí matematického kyvadla velikost místního tíhového zrychlení. Pomocí stativu, silonu a závaží si sestrojili matematické kyvadlo. Určili délku závěsu 1,125 m a pak pomocí stopek změřili dobu 10 kmitů 21,3 s. Vypočtěte, o kolik procent se lišila jimi naměřená hodnota tíhového zrychlení od tabulkové hodnoty velikosti normálního tíhového zrychlení, tj. $g_n = 9,80665 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.

$$l = 1,125 \text{ m}$$

$$t = 21,3 \text{ s} \Rightarrow \text{perioda } T = 2,13 \text{ s}$$

$$g = ? (\text{m} \cdot \text{s}^{-2})$$

$$T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{l}{g}} \Rightarrow$$

$$g = \frac{4\pi^2 \cdot l}{T^2}$$

$$g = \frac{4 \cdot 3,14^2 \cdot 1,125}{2,13^2} \doteq 9,78933$$

$$g \doteq 9,78933 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

$$100\% \dots\dots 9,80665$$

$$x\% \dots\dots 9,78933 \quad \Rightarrow$$

$$x = \frac{978,933}{9,80665} \doteq 99,823\%$$

Studenti naměřili hodnotu tíhového zrychlení velmi přesně, od hodnoty velikosti normálního tíhového zrychlení se liší jen o 0,177 %.

17) Zjistěte, zda jsou ve WIKIPEDII uvedeny pravdivé údaje:

Foucaultovo kyvadlo, pojmenované po francouzském fyzikovi Foucaultovi, představuje důležitý experiment potvrzující otáčení planety Země kolem své osy. Původní pokus byl proveden v roce 1851 v pařížském Pantheónu, kde bylo v kopuli zavěšeno závaží o hmotnosti 28 kilogramů na 68 metrů dlouhém laně. Doba kmitu kyvadla byla 16 sekund. Na závaží kyvadla byl hrot, kterým se do písku na podlaze zakresloval pohyb kyvadla. Pozorovatelé tak mohli vidět, jak se postupně mění rovina kyvu....

Ve Wikipedii tvrdí, je-li délka závěsu $l = 68 \text{ m}$, pak je perioda $T = 16 \text{ s}$.

Do vzorce pro výpočet doby kmitu matematického kyvadla dosadíme za tíhové zrychlení $10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.

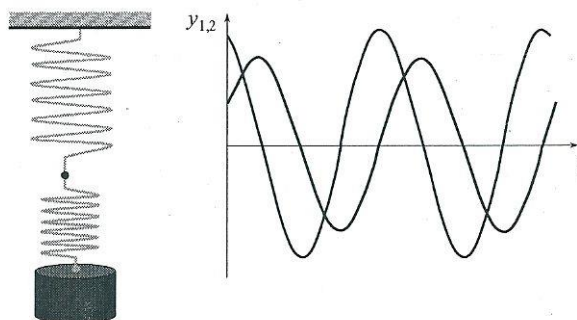
$$T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{l}{g}}$$

$$T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{68}{10}} = 16,38$$

$$\underline{\underline{T = 16,38 \text{ s} \doteq 16 \text{ s}}}$$

Porovnáme-li tuto hodnotu s uvedeným údajem, tj. 16 s , můžeme konstatovat, že údaj ve Wikipedii je pravdivý.

18) Těleso je zavěšené na 2 různých pružinách,
jeho kmitání je popsáno pomocí
tohoto grafu:

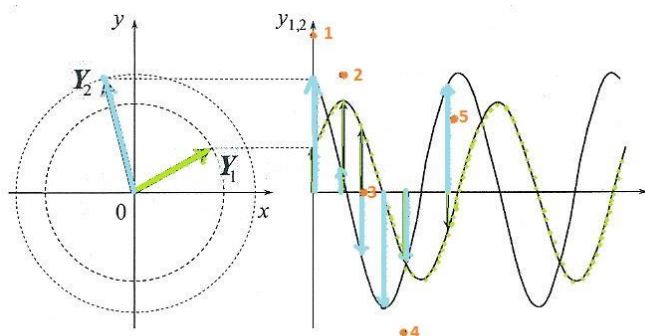


Nakreslete odpovídající fázorový diagram a graf výsledného pohybu, vše podrobně
popište.

Fázorový diagram:

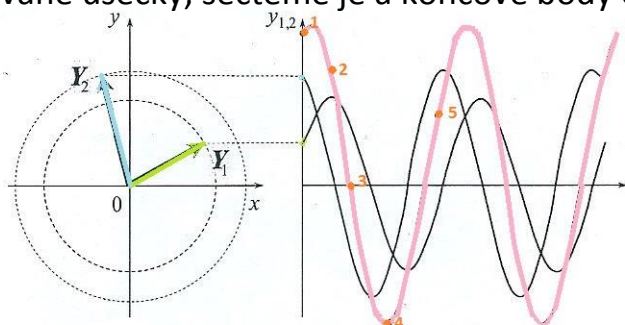
Poloměry kružnic odpovídají
amplitudám jednotlivých pohybů.

Úhel, který svírá fázor s osou x =
počáteční fázi.



V grafu zakreslíme orientované úsečky, sečteme je a koncové body označíme čísly
1,2,3,4,5,...

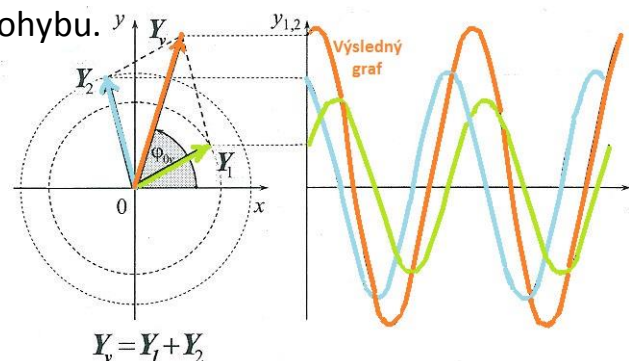
Tyto body spojíme....



Ve fázorovém diagramu složíme fázory

$\mathbf{OY_1}$ a $\mathbf{OY_2}$, vznikne výsledný fázor $\mathbf{OY_v}$ -

jeho velikost = amplitudě výsledného pohybu.



19) Nakreslete fázorový diagram a graf závislosti okamžité výchylky na čase dvou izochronních kmitů, které mají opačnou fázi a v čase $t = 0$ s je jejich okamžitá výchylka nulová. Perioda obou pohybů je 6 vteřin a amplitudy jednotlivých pohybů měří 7 mm a 4 mm. Do grafu znázorněte výsledný pohyb, který vznikl jejich složením.

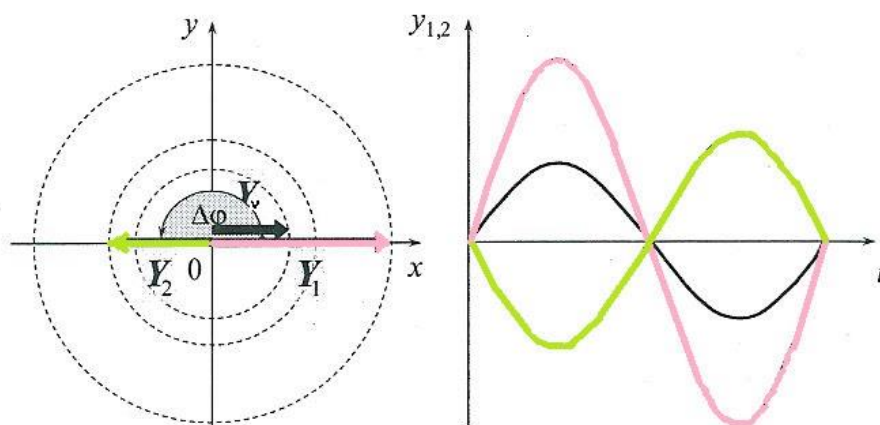
Amplituda 1. pohybu: $y_1 = 7$ mm

Amplituda 2. pohybu: $y_2 = 4$ mm

Perioda obou pohybů: $T = 6$ s

Počáteční fáze: $\varphi_1 = 0$

$\varphi_2 = \pi$



$$y_1 + y_2 = y_v$$

$$y_v = 7 - 4 = 3 \text{ mm}$$

Velikost amplitudy složeného pohybu jsou 3 mm.

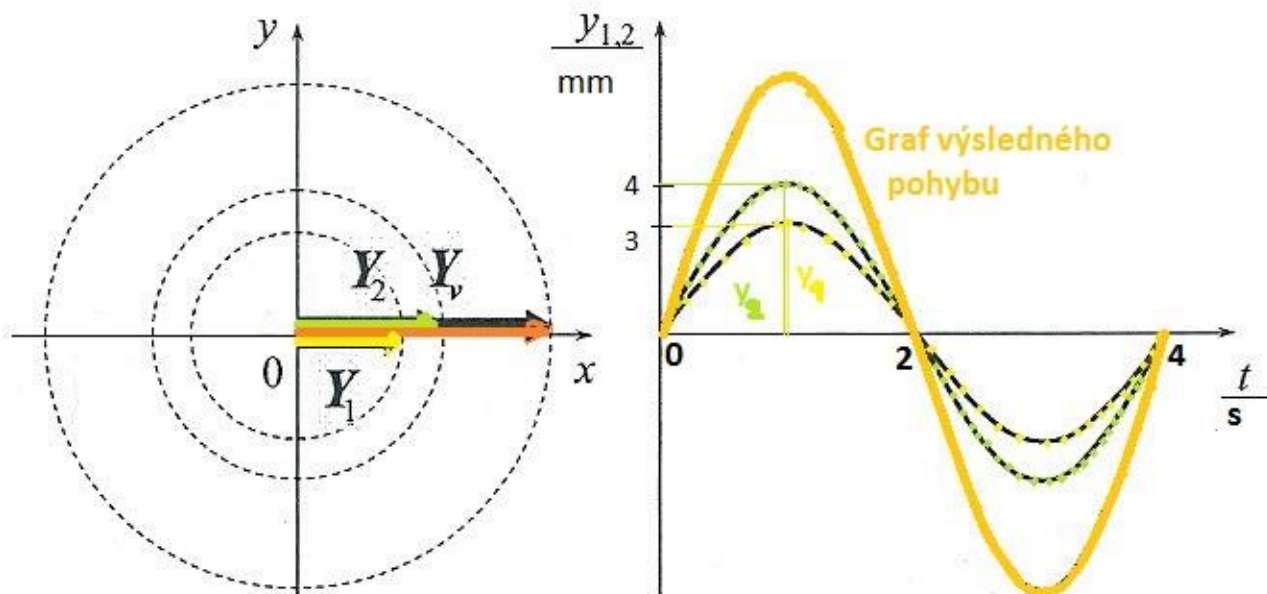
20) Nakreslete fázorový diagram a graf závislosti okamžité výchylky na čase dvou izochronních kmitů, které mají stejnou fázi a v čase $t = 0$ s je jejich okamžitá výchylka nulová. Perioda obou pohybů je 4 vteřiny a amplitudy jednotlivých pohybů měří 4 mm a 3 mm. Do grafu znázorněte výsledný pohyb, který vznikl jejich složením.

Amplituda 1. pohybu: $y_1 = 3$ mm

Amplituda 2. pohybu: $y_2 = 4$ mm

Perioda obou pohybů: $T = 4$ s

Počáteční fáze: $\varphi_1 = \varphi_2 = \varphi_v$



$$y_1 + y_2 = y_v$$

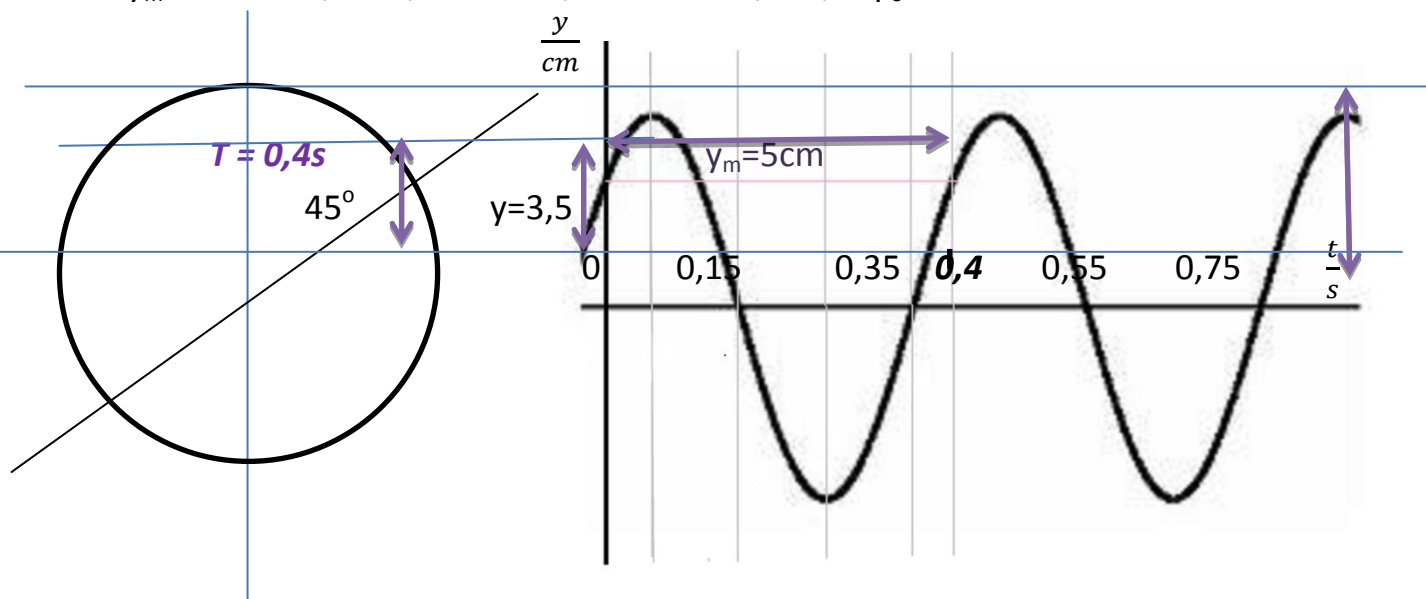
$$y_v = 3 + 4 = 7 \text{ mm}$$

Velikost amplitudy složeného pohybu je 7 mm.

21) Hmotný bod kmitá harmonicky a za 1 minutu vykoná 150 kmitů s amplitudou výchylky 5 cm. Počáteční fáze kmitání je 45° . Napište rovnici harmonického kmitání a nakreslete jeho časový diagram.

(řešení – viz 1. příklad)

$$y_m = 5 \text{ cm} = 0,05 \text{ m}, \quad f = 150/1 \text{ min} = 150/60 \text{ s}, \quad \varphi_0 = 45^\circ$$



Rovnice harmonického kmitání: $y = y_m \cdot \sin(\omega t + \varphi_0)$

Počáteční fáze: $\varphi_0 = \frac{\pi}{4} \text{ rad} \dots (45^\circ)$

Frekvence: $f = \frac{150}{60} = 2,5 \text{ Hz} \Rightarrow \text{perioda } T = 0,4 \text{ s}$

Fázová rychlost $\omega = 2\pi f = 2\pi \frac{150}{60} = 5\pi \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$

Rovnice harmonického kmitání je: $y = 0,05 \cdot \sin(5\pi t + \frac{\pi}{4}) \text{ m}$

Okamžitá výchylka v čase $t = 0 \text{ s} \Rightarrow y = 0,05 \cdot \sin(5\pi \{0\} + \frac{\pi}{4}) = 0,05 \cdot \sin \frac{\pi}{4} \doteq 0,035 \text{ m}$

Nulová výchylka: $y = 0 \Leftrightarrow$

$$0 = 0,05 \cdot \sin\left(5\pi\{t\} + \frac{\pi}{4}\right)$$

$$\sin\alpha = 0 \Leftrightarrow \alpha = k\pi, \quad \text{kde } k = 0, 1, 2, 3, \dots$$

$$k = 0 \Leftrightarrow 5\pi\{t\} + \frac{\pi}{4} = 0\pi \Leftrightarrow t = -0,05 \text{ s}$$

$$k = 1 \Leftrightarrow 5\pi\{t\} + \frac{\pi}{4} = 1\pi \Leftrightarrow t = 0,15 \text{ s}$$

1. průsečík grafu s osou x

$$k = 2 \Leftrightarrow 5\pi\{t\} + \frac{\pi}{4} = 2\pi \Leftrightarrow t = 0,35 \text{ s}$$

2. průsečík grafu s osou x

$$k = 3 \Leftrightarrow 5\pi\{t\} + \frac{\pi}{4} = 3\pi \Leftrightarrow t = 0,55 \text{ s}$$

3. průsečík grafu s osou x

$$k = 4 \Leftrightarrow 5\pi\{t\} + \frac{\pi}{4} = 4\pi \Leftrightarrow t = 0,75 \text{ s}$$

4. průsečík grafu s osou x

- 22) Jak daleko od nás udeřil blesk, jestliže hrom slyšíme 6 sekund po zablýsknutí a předpokládáme rychlost šíření zvuku ve vzduchu $340 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$?
-

$$t = 6 \text{ s}$$

$$v = 340 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$s = ?$$

$$s = v \cdot t \Rightarrow$$

$$s = 6 \cdot 340 = 2\,040$$

$$s = 2\,040 \text{ m}$$

V praxi tuto situaci řešíme odhadem: víme, že zvuk urazí přibližně za 3 sekundy 1 km, a proto čas od záblesku k hromu vydělíme třemi.

Blesk udeřil ve vzdálenosti 2 040 m.

ELEKTROMAGNETICKÉ KMITÁNÍ

23) Kondenzátor oscilačního obvodu má kapacitu $1 \mu\text{F}$. Jakou indukčnost má cívka, jestliže obvod kmitá s frekvencí 500 Hz ?

$$C = 1 \mu\text{F} = 10^{-6} \text{ F}$$

$$f = 500 \text{ Hz}$$

$$L = ? (\text{H})$$

Pro vlastní frekvenci oscilátoru platí Thomsonův vztah:

$$f = \frac{1}{2\pi \cdot \sqrt{L \cdot C}}$$

a z něj vyjádříme neznámou L .

$$2\pi \cdot f = \frac{1}{\sqrt{L \cdot C}} \Rightarrow$$

$$4\pi^2 = \frac{1}{L \cdot C} \Rightarrow$$

$$L = \frac{1}{4\pi^2 \cdot f^2 \cdot C}$$

$$L = \frac{1}{4\pi^2 \cdot 500^2 \cdot 10^{-6}} = 0,101$$

$$\underline{L \doteq 0,101 \text{ H}}$$

Cívka má indukčnost $0,101 \text{ H}$.

- 24) Cívka o indukčnosti 20 mH a kondenzátor o kapacitě 2 μF tvoří oscilační obvod.
Jaká je jeho perioda?

$$L = 20 \text{ mH} = 2 \cdot 10^{-2} \text{ H}$$

$$C = 2 \mu\text{F} = 2 \cdot 10^{-6} \text{ F}$$

$$T = ? \text{ (s)}$$

Pro periodu oscilátoru platí Thomsonův vztah:

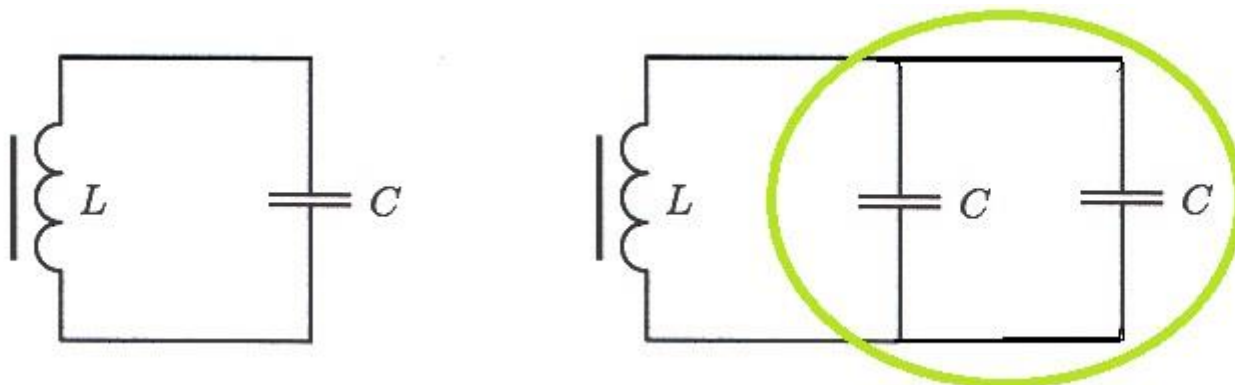
$$T = 2\pi \cdot \sqrt{L \cdot C}$$

$$T = 2 \cdot 3,14 \cdot \sqrt{2 \cdot 10^{-2} \cdot 2 \cdot 10^{-6}} = 1,256 \cdot 10^{-3}$$

$$\underline{\underline{T = 1,256 \cdot 10^{-3} \text{ s}}}$$

Perioda oscilačního obvodu je $1,256 \cdot 10^{-3} \text{ s}$.

- 25) Oscilační obvod je tvořen kondenzátorem o kapacitě $2 \mu\text{F}$ a cívkou o indukčnosti 12 mH . O kolik procent se změní frekvence oscilačního obvodu, jestliže ke kondenzátoru připojíme paralelně ještě jeden kondenzátor o stejné kapacitě?



Kondenzátory jsou zapojeny paralelně, proto výsledná kapacita $C_v = C + C = 2C$

Vůbec nemusíme dosazovat hodnoty, jen porovnáme tyto dva vztahy:

$$f_1 = \frac{1}{2\pi \cdot \sqrt{L \cdot C}}$$

$$f_2 = \frac{1}{2\pi \cdot \sqrt{L \cdot 2C}} \Rightarrow$$

$$\frac{f_2}{f_1} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow$$

$$f_2 = \frac{f_1}{\sqrt{2}}$$

$$f_2 \doteq 0,707 f_1 \Rightarrow$$

f_2 je jen 0,707 z f_1 , tj. jen 70,7 %

Frekvence oscilačního obvodu se zmenší téměř o 30 %.

- ❖ Vědci natáčeli let včely kamerou rychlostí 2 tisíce snímků za sekundu. Záběry poté analyzovali a zjistili, že včela mává křídly v rozpětí pouhých 90° s frekvencí přibližně 230 mávnutí za sekundu. Mouchy a podobný hmyz mává v rozpětí přesahujícím 100° , někdy se přiblíží 180° s frekvencí v závislosti na velikosti. Čím menší "muška", tím rychleji mává. Moskyt zvládne v jedné sekundě 400 mávnutí. Vzhledem ke své velikosti mává včelka velmi rychle. Osmdesátkrát lehčí pestřenka v jedné sekundě stihne o 30 kmitů méně. Vypočtěte frekvenci a periodu:
- kamery
 - včely
 - moskyta
 - pestřenky

a) Frekvence kamery: $f_k = \frac{2000}{1} \text{ Hz} = 2 \text{ kHz}$, perioda $T_k = (2000)^{-1} \text{ s} = 5 \cdot 10^{-4} \text{ s}$

b) Frekvence včely: $f_v = 230 \text{ Hz}$, perioda $T_v = (230)^{-1} \text{ s} = 4 \cdot 10^{-3} \text{ s}$

c) Frekvence moskyta: $f_m = 400 \text{ Hz}$, perioda $T_m = (400)^{-1} \text{ s} = 2,5 \cdot 10^{-3} \text{ s}$

d) Frekvence pestřenky: $f_p = 200 \text{ Hz}$, perioda $T_p = (200)^{-1} \text{ s} = 5 \cdot 10^{-3} \text{ s}$

Frekvence kamery je 2 kHz, včely 230 Hz, moskyta 400 Hz, pestřenky 200 Hz.

Perioda kamery je $5 \cdot 10^{-4} \text{ s}$, včely $4 \cdot 10^{-3} \text{ s}$, moskyta $2,5 \cdot 10^{-3} \text{ s}$ a pestřenky $5 \cdot 10^{-3} \text{ s}$.

- ❖ Jakou energii je třeba dodat LC obvodu s vlastní úhlovou frekvencí 2 000 Hz, aby amplituda napětí na kondenzátoru byla 20 V? Indukčnost cívky je 25 mH.

$$\omega_0 = 2\,000 \text{ Hz}$$

$$L = 25 \text{ mH} = 25 \cdot 10^{-3} \text{ H}$$

$$U_m = 20 \text{ V}$$

$$E_C = ? \text{ (J)}$$

Platí Thomsonův vztah:

$$f = \frac{1}{2\pi \cdot \sqrt{L \cdot C}}$$

Úhlovou frekvenci můžeme vyjádřit

$$\omega_0 = 2\pi \cdot f \Rightarrow f = \frac{\omega_0}{2\pi} \Rightarrow$$

$$\frac{\omega_0}{2\pi} = \frac{1}{2\pi \cdot \sqrt{L \cdot C}} \Rightarrow$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L \cdot C}} \Rightarrow \omega_0^2 = \frac{1}{L \cdot C} \Rightarrow$$

$$C = \frac{1}{\omega_0^2 \cdot L}$$

Pro energii kondenzátoru platí:

$$E_C = \frac{1}{2} \cdot C \cdot U_m^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\omega_0^2 \cdot L} \cdot U_m^2 \Rightarrow$$

$$E_C = \frac{U_m^2}{2\omega_0^2 \cdot L}$$

$$E_C = \frac{20^2}{2 \cdot 2\,000^2 \cdot 25 \cdot 10^{-3}} = 0,002$$

$$E_C = \underline{\underline{0,002 = 2 \cdot 10^{-3} \text{ J}}}$$

Obvodu je třeba dodat energii $2 \cdot 10^{-3} \text{ J}$.

MECHANICKÉ VLNĚNÍ

- 1) Jak se změní frekvence tónu komorního „a“, který je zaznamenaný na gramofonovou desku při frekvenci otáčení 33 otáček za minutu a je reprodukován gramofonem, který je nastavený na frekvenci otáčení 45 otáček za minutu.

V tabulkách najdeme hodnotu frekvence tónu komorního „a“...

$$f_a = 440 \text{ Hz}$$

Jestliže se zvětší frekvence otáček $\frac{45}{33}$ krát, také se zvětší frekvence komorního „a“

⇒

$$f'_a = 440 \cdot \frac{45}{33} = 600$$

$$\underline{\underline{f'_a = 600 \text{ Hz}}}$$

Frekvence tónu komorního „a“ se zvětší na hodnotu 600 Hz.

- 2) Frekvenční rozsah lidské řeči je 200 Hz až 1,5 kHz. Určete nejkratší a nejdelší vlnovou délku příslušného zvukového vlnění. Rychlost zvuku ve vzduchu je $340 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.
-

$$f_1 = 200 \text{ Hz}$$

$$f_2 = 1,5 \text{ kHz} = 1500 \text{ Hz}$$

$$c = 340 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$\lambda_1 = ? \text{ (m)}$$

$$\lambda_2 = ? \text{ (m)}$$

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{c}{f}$$

$$\lambda_1 = \frac{340}{200} = 1,7$$

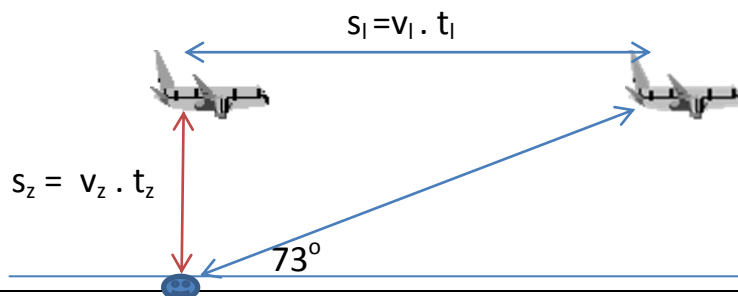
$$\lambda_1 = \underline{\underline{1,7 \text{ m}}}$$

$$\lambda_2 = \frac{340}{1500} = 0,226 \text{ m}$$

$$\lambda_2 = \underline{\underline{0,23 \text{ m}}}$$

Hledané vlnové délky jsou 1,7 m a 0,23 m.

- 3) Pozorovatel slyší zvuk letadla z kolmého směru nad stanovištěm, ale letadlo vidí ve výšce 73° nad obzorem. Rychlost zvuku je $340 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. Určete rychlost letadla.

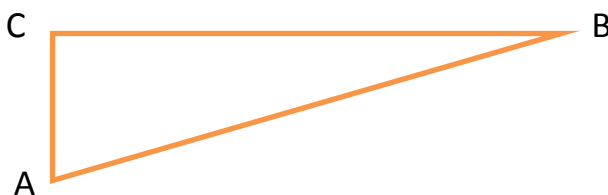


$$\alpha = 73^\circ$$

$$c = 340 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$$

$$v = ? (\text{m}\cdot\text{s}^{-1})$$

Při řešení úlohy vyjdeme z úvahy, že čas běží všem stejně - letadlu i zvuku ... $t_l = t_z$



V tomto pravoúhlém trojúhelníku platí: velikost úhlu ABC je $73^\circ \Rightarrow$

$$|CA| = |BC| \cdot \tan 73^\circ$$

$|CA|$... je dráha, kterou urazí zvuk vydávající letadlo, které je kolmo nad hlavou... $s_z = v_z \cdot t_z$

$|BC|$... je dráha, kterou urazí letadlo za dobu, než k pozorovateli dorazí zvuk...

$$s_l = v_l \cdot t_l$$

$$t_l = t_z \Rightarrow v_z = v_l \cdot \tan 73^\circ \Rightarrow$$

$$v_l = \frac{c}{\tan 73^\circ}$$

$$v_l = \frac{340}{\tan 73^\circ} = 103,948$$

$$\underline{v_l = 103,9 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}}$$

Letadlo letí rychlostí $103,9 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$.

- 4) Vypočítejte šířku jezera, když zvuk šířící se ve vodě se dostane k druhému břehu o 1 s dříve než ve vzduchu. Rychlost zvuku ve vodě je $1\,400\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. Rychlost zvuku ve vzduchu je $340\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$.

$$v_j = 1\,400\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$$

$$v_v = 340\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$$

$$\Delta t = 1\text{ s}$$

$$c = 340\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$$

$$s = ?\text{ (m)}$$

Dráha zvuku je stejná, jak ve vodě, tak ve vzduchu $\Rightarrow$

$$s_j = s_v$$

$$\text{Čas zvuku jdoucí jezerem } t_j = t_v - 1$$

$$s_j = v_j \cdot (t_v - 1)$$

$$s_v = v_v \cdot t_v \quad \Rightarrow$$

$$v_j \cdot (t_v - 1) = v_v \cdot t_v$$

$$t_v \cdot (v_j - v_v) = v_j$$

$$t_v = \frac{v_j}{v_j - v_v}$$

$$t_v = \frac{1400}{1400 - 340} = 1,32$$

$$\underline{t_v = 1,32\text{ s}}$$

$$s_j = v_j \cdot (t_v - 1)$$

$$s_j = 340 \cdot 1,32 = 448,8$$

$$\underline{s_j = 448,8\text{ m}}$$

Šířka jezera je přibližně 450 m.

5) Vlnění je popsáno rovnicí **$y = 0,03 \sin 2\pi \cdot (6t - 3x) \cdot \text{m}$** .

a) Určete amplitudu, periodu a rychlost vlnění.

b) Určete výchylku bodu vzdáleného 2 metrů od zdroje vlnění v čase 4 sekund.

a) Rovnici porovnáme s obecnou rovnicí postupného vlnění:

$$y = y_m \cdot \sin 2\pi \cdot \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right)$$

Pro amplitudu platí: $y_m = 0,03 \text{ m}$

Pro periodu: $6t = \frac{t}{T} \Rightarrow T = \frac{1}{6} \text{ s}$

Vlnová délka: $3x = \frac{x}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{1}{3} \text{ m}$

Rychlost: $v = \frac{\lambda}{T} = \frac{\frac{1}{3}}{\frac{1}{6}} = \frac{6}{3} = 2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

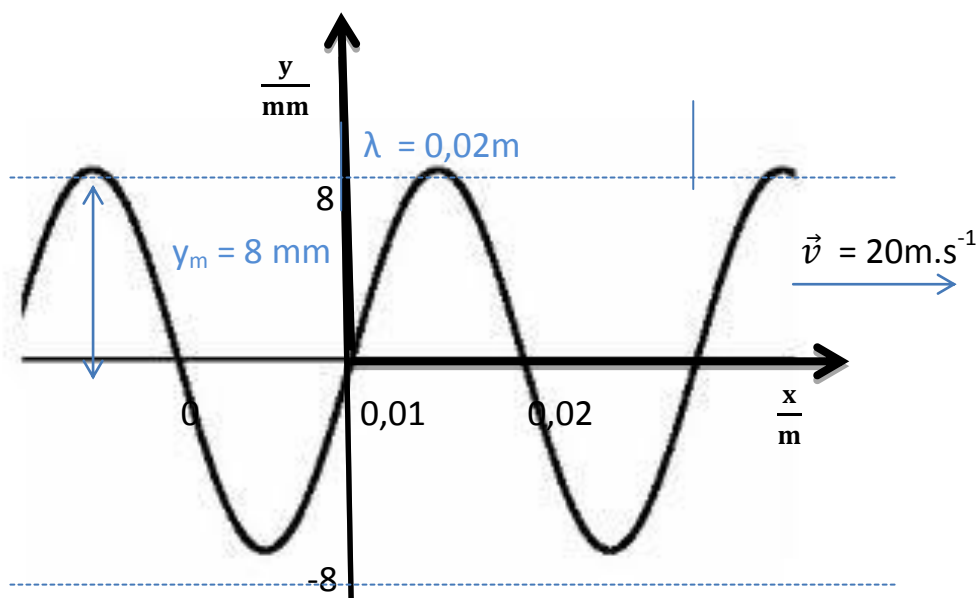
Okamžitou výchylku vypočteme dosazením daných hodnot do rovnice vlnění

$$y = 0,03 \sin 2\pi \cdot (6t - 3x) = 0,03 \sin 2\pi \cdot (6 \cdot 4 - 3 \cdot 2) = 0,03 \sin 36\pi = 0 \text{ m}$$

Amplituda má velikost 3cm, perioda je $\frac{1}{6} \text{ s}$ a velikost rychlosti $2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

Výchylka v čase 4 sekund je 0 metrů.

6) Napište rovnici postupné vlny, která je znázorněna na tomto obrázku:



Obecná rovnice postupné vlny:

$$y = y_m \cdot \sin 2\pi \cdot \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right)$$

$$v = 20\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$$

$$y_m = 8 \cdot 10^{-3}\text{ m}$$

$$\lambda = 2 \cdot 10^{-2}\text{ m}$$

$$T = \frac{\lambda}{v} = \frac{2 \cdot 10^{-2}}{20} = 10^{-3}\text{ s}$$

Rovnice postupné vlny je $\{y\} = 8 \cdot 10^{-3} \cdot \sin 2\pi \cdot \left(\frac{t}{10^{-3}} - \frac{x}{2 \cdot 10^{-2}} \right) \text{ m}.$

7) Vypočítejte rychlost zvuku ve vzduchu

a) při teplotě $t = 0^{\circ}\text{C}$

b) při teplotě $t = 15^{\circ}\text{C}$

c) při které teplotě je rychlost zvuku ve vzduchu $v = 351,32\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$;

Rychlost zvuku ve vzduchu v závislosti od teploty prostředí je daná

$$v = 331,8 + 0,61 \cdot t \text{ (m}\cdot\text{s}^{-1}\text{)}$$

a) $t = 0^{\circ}\text{C}$

Dosadíme-li do zadaného vzorce za $t = 0 \Rightarrow$

$$\underline{v_0 = 331,8\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}}$$

Rychlost zvuku ve vzduchu je při teplotě 0°C $331,8\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$.

b) $t = 15^{\circ}\text{C}$

(s každým stupněm tepla se rychlost zvětšuje o $0,61\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$)

$$v_{15} = (331,8 + 0,61 \cdot 15) = 340,95$$

$$\underline{v_{15} = 341\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}}$$

Rychlost zvuku ve vzduchu je při teplotě 15°C $341\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$.

c) Ze zadaného vzorce vyjádříme $t = \frac{v - 331,8}{0,61}$

$$t = \frac{351,32 - 331,8}{0,61} = 32$$

$$\underline{t = 32^{\circ}\text{C}}$$

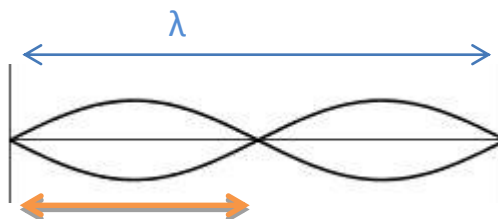
Rychlost zvuku ve vzduchu je při teplotě 32°C $351,32\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$.

- 8) Jaká je vzdálenost mezi sousedními uzly stojaté podélné zvukové vlny ve vzduchu, má-li zvuk ve vzduchu rychlost $342 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ a frekvenci 440 Hz ?

$$v = 342 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$f = 440 \text{ Hz}$$

$$l = ? \text{ (m)}$$



$$l = \frac{\lambda}{2} \text{ ...vzdálenost mezi sousedními uzly}$$

$$v = \frac{\lambda}{T} = \lambda \cdot f \Rightarrow$$

$$\lambda = \frac{v}{f}$$

$$\lambda = \frac{342}{440} = 0,777$$

$$l = \frac{\lambda}{2}$$

$$l = \frac{342}{2 \cdot 440} = 0,388$$

$$\underline{l = 0,388 \text{ m}}$$

Vzdálenost mezi sousedními uzly je přibližně 0,39 m.

- 9) Určete frekvenci vlnění na vodní hladině, je-li délka vlny 5 cm a vlnění se šíří rychlostí $25 \text{ cm} \cdot \text{s}^{-1}$.

$$\lambda = 5 \text{ cm} = 5 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

$$v = 25 \text{ cm} \cdot \text{s}^{-1} = 25 \cdot 10^{-2} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$f = ? \text{ (Hz)}$$

$$f = \frac{v}{\lambda}$$

$$f = \frac{25 \cdot 10^{-2}}{5 \cdot 10^{-2}} = 5$$

$$\underline{f = 5 \text{ Hz}}$$

Frekvence vlnění na vodní hladině je 5 Hz.

10) Napište rovnici vlnění o frekvenci 1 kHz a amplitudě výchylky 0,3 mm, které postupuje rychlostí $340 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. Vektor rychlosti šíření vlnění je orientován souhlasně s kladnou osou x.

$$f = 1 \text{ kHz} = 1 \cdot 10^3 \text{ Hz} \Rightarrow T = 10^{-3} \text{ s}$$

$$y_m = 0,3 \text{ mm} = 3 \cdot 10^{-4} \text{ m}$$

$$v = 340 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$\lambda = \frac{v}{f}$$

$$\lambda = \frac{340}{1 \cdot 10^3} = 0,34$$

$$\lambda = 0,34 \text{ m}$$

$$y = y_m \cdot \sin 2\pi \cdot \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right)$$

$$\text{Rovnice vlnění je: } y = 3 \cdot 10^{-4} \cdot \sin 2\pi \cdot (10^3 \cdot t - 2,941 \cdot x) \cdot \text{m}$$

- 11) První měření rychlosti zvuku ve vodě bylo provedeno tak, že na hladině jezera byly ve vzájemné vzdálenosti 11,2 km dva čluny. Na jednom bylo umístěno zařízení pracující tak, že kladívko udeřilo na zvonec pod vodou současně se světelným zábleskem na palubě. Pozorovatel na druhém člunu zachytil zvuk zvonu 8 s po tom, co uviděl záblesk. Jakou velikost má změřená rychlost zvuku?
-

$$s = 11,2 \text{ km} = 11\,200 \text{ m}$$

$$\Delta t = 8 \text{ s}$$

$$v = ? \text{ (m} \cdot \text{s}^{-1}\text{)}$$

$$v = \frac{s}{t}$$

$$v = \frac{11\,200}{8}$$

$$\underline{\underline{v = 1400 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}}}$$

$$(\text{ rychlost světla } c \doteq 300\,000 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1} \Rightarrow t = \frac{11,2}{300\,000} = 0,000037 \text{ s} \ll 8 \text{ s})$$

Tímto pokusem změřili, že se ve vodě šíří zvuk rychlostí $1\,400 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

12) Vlnění s frekvencí 440 Hz se šíří fázovou rychlostí 340 m.s^{-1} . Vypočtěte fázový rozdíl kmitů dvou bodů x_1 a x_2 , které leží na přímce procházející zdrojem vlnění ve vzájemné vzdálenosti 17 cm.

$$f = 440 \text{ s}^{-1}$$

$$v = 340 \text{ m.s}^{-1}$$

$$d = 17 \text{ cm} = 0,17 \text{ m}$$

$$\Delta\varphi = ? \text{ (rad)}$$

Fázový rozdíl dvou bodů navzájem vzdálených d , se vypočte:

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot d$$

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\frac{v}{f}} \cdot d$$

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi \cdot d \cdot f}{v}$$

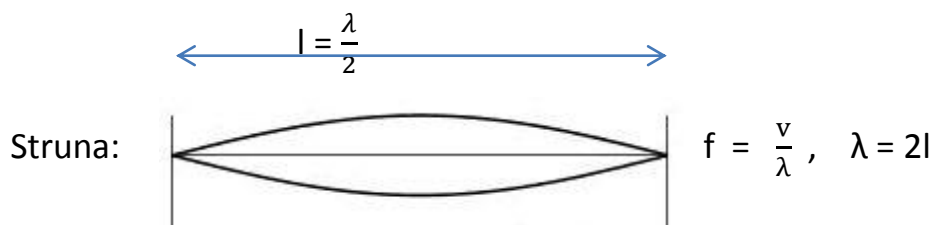
$$\Delta\varphi = \frac{2\pi \cdot 0,17 \text{ m} \cdot 440 \text{ s}^{-1}}{340 \text{ m.s}^{-1}} = 0,44 \cdot \pi$$

$$\Delta\varphi = 0,44 \cdot \pi$$

$$\text{místo } \lambda \text{ dosadíme: } \lambda = \frac{v}{f} \Rightarrow$$

Fázový rozdíl je tedy $0,44\pi \doteq 1,38 \text{ rad}$.

13) Jestliže zkrátíme délku struny (při nezměněné napínací síle) o 10 cm, změní se její základní frekvence 1,5 krát. Určete původní délku struny.



Je-li délka struny $l \Rightarrow$ má frekvenci $f \Rightarrow f = \frac{v}{2l}$

Je-li délka struny $l - 0,1 \Rightarrow$ má frekvenci $f_1 \Rightarrow f_1 = \frac{v}{2 \cdot (l - 0,1)}$

$\frac{f_1}{f} = 1,5 \Rightarrow$ postupně upravíme:

(rychlosti se zkrátí) $\Rightarrow$

$$\frac{l}{l - 0,1} = 1,5$$

$$l = 1,5l - 0,1$$

$$0,5l = 0,15$$

$$\underline{\underline{l = 0,3 \text{ m}}}$$

Původní délka struny byla 30 cm.

14) Jakou délku má

a) otevřená píšťala

b) uzavřená píšťala;

jestliže vytvářejí tón s frekvencí 230 Hz? Rychlost zvuku je $334 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

$$v = 334 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$f = 230 \text{ Hz}$$

$$l = ? \text{ (m)}$$

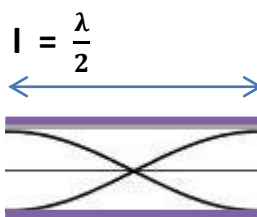
a) otevřená píšťala

$$f = \frac{v}{\lambda} = \frac{v}{2l} \Rightarrow$$

$$l = \frac{v}{2f} \Rightarrow$$

$$l = \frac{334}{2 \cdot 230} = 0,726$$

$$\underline{\underline{l = 0,726 \text{ m}}}$$



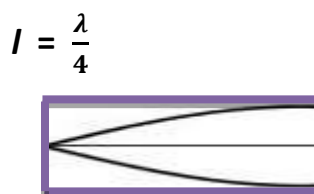
b) uzavřená píšťala

$$f = \frac{v}{\lambda} = \frac{v}{4l}$$

$$l = \frac{v}{4f}$$

$$l = \frac{334}{4 \cdot 230} = 0,363$$

$$\underline{\underline{l = 0,363 \text{ m}}}$$



Otevřená píšťala měří 0,726 m a uzavřená 2x méně, tj. 0,363 m.

ELEKTROMAGNETICKÉ VLNĚNÍ

- 15) V roce 1873 Maxwell teoreticky ukázal, že světlo je elektromagnetické vlnění.
Dokázal tento vztah:

$$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \cdot \mu_0}}$$

Ověřte jej.

Z tabulek si zjistíme tyto dvě konstanty

ϵ_0 ... permitivita vakua

μ_0 ... permeabilita vakua

Samotný výpočet:

$$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \cdot \mu_0}} = \frac{1}{\sqrt{8,854 \cdot 10^{-12} \cdot \sqrt{1,256 \cdot 10^{-6}}}} \Rightarrow$$

$$\underline{\underline{c \doteq 299\,871\,658\,\text{m} \cdot \text{s}^{-1}}}$$

A nyní odvození jednotky rychlosti světla:

$$[c] = \frac{\sqrt{\text{Nm}^2 \cdot \text{A}^2}}{\sqrt{\text{C}^2 \cdot \text{N}}} = \frac{\text{m} \cdot \text{A}}{\text{C}} = \frac{\text{m} \cdot \text{A}}{\text{A} \cdot \text{s}} = \frac{\text{m}}{\text{s}} = \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$$

Rychlost světla se nyní sice uvádí trochu jiná:

$c = 299\,792\,458\,\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$, je to způsobenou přesnějšími měřícími metodami.

16) Rádiové vlny slouží především ke komunikaci, a to v mnoha různých podobách. Pro komunikaci s ponorkami se užívá extrémně nízká frekvence 3-30 Hz. Vypočtete odpovídající vlnové délky.

$$f_1 = 3 \text{ Hz}$$

$$f_2 = 30 \text{ Hz}$$

$$c = 3 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$\lambda_1 = ? \text{ (m)}$$

$$\lambda_2 = ? \text{ (m)}$$

Rádiové vlny jsou druhem elektromagnetického záření tzn., že se šíří rychlostí světla: $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

$$\lambda = \frac{c}{f} \Rightarrow$$

$$\lambda_1 = \frac{3 \cdot 10^8}{3} = 10^8$$

$$\lambda_1 = 10^8 \text{ m}$$

$$\lambda_2 = \frac{3 \cdot 10^8}{30} = 10^7$$

$$\lambda_2 = 10^7 \text{ m}$$

Vlnová délka těchto rádiových vln je v intervalu 10 000 km až 100 000 km.

- 17) Rádio Impuls vysílá v Ostravě na kmitočtu 89 MHz, tj. Very High Frequency (VHF) nebo také nesprávně Frequency Modulation (FM), která nepopisuje vlnovou délku, ale vztahuje se ke způsobu modulace signálu používaného při přenosu rozhlasového vysílání. Vypočtěte odpovídající vlnovou délku a rozhodněte, o jaké vlny se jedná.
-

$$f = 89 \text{ MHz} = 89 \cdot 10^6 \text{ Hz}$$

$$\lambda = ? \text{ (m)}$$

$$\lambda = \frac{c}{f}$$

$$\lambda = \frac{3 \cdot 10^8}{89 \cdot 10^6} = 3,37$$

$$\lambda = \underline{\underline{3,37 \text{ m}}}$$

⇒ velmi krátké vlny, které potřebují ke svému šíření mezi vysílačem a přijímačem poměrně rovný terén.

18) Tepelná úprava pokrmu je v mikrovlnné troubě prováděna za pomoci elektromagnetického záření obvykle s frekvencí 2,45 GHz. Co myslíte, jsou odpovídající vlnové délky tohoto záření v řádech mikrometrů?

$$f = 2,45 \text{ GHz} = 2,45 \cdot 10^9 \text{ s}^{-1}$$

$$c = 3 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \text{ (zaokrouhlená rychlost šíření elektromagnetických vln)}$$

$$\lambda = ? \text{ (m)}$$

$$\lambda = \frac{c}{f} \Rightarrow$$

$$\lambda = \frac{3 \cdot 10^8}{2,45 \cdot 10^9} = 0,122$$

$$\lambda = \underline{\underline{0,122 \text{ m} = 12,2 \text{ cm}}}$$

Název mikrovlnka je matoucí, nemá nic společného s vlnovou délkou tohoto záření, protože podle našeho výpočtu je vlnová délka v řádech centimetrů.

19) Jaké časové zpoždění vzhledem ke zdroji bude mít elektromagnetické vlnění na konci 100 metrového elektrického vedení?

Při šíření vlnění označujeme vzdálenost od zdroje písmenem $x = s = 100 \text{ m}$

Rychlost šíření elektromagnetického vlnění je $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

Časové zpoždění ... $\Delta t = ?$

Musíme vypočítat, za jak dlouho elektromagnetické vlnění urazí vzdálenost 100 metrů. $\Rightarrow$

$$\Delta t = \frac{x}{c}$$

$$\Delta t = \frac{100}{3 \cdot 10^8} = 3,33 \cdot 10^{-7}$$

$$\underline{\underline{\Delta t = 3,33 \cdot 10^{-7} \text{ s}}}$$

Vlnění bude mít zpoždění $3,33 \cdot 10^{-7} \text{ s}$.

20) Televizní vysílač pracuje s frekvencí 50 MHz. Určete délku půlvlnného dipólu pro jeho příjem. Rychlost elektromagnetického vlnění ve vakuu je $3 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

$$f = 50 \text{ MHz} = 5 \cdot 10^7 \text{ Hz}$$

$$c = 3 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

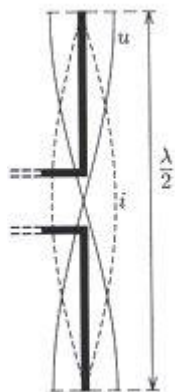
$$l = \frac{\lambda}{2} = ? \text{ (m)}$$

$$\lambda = \frac{c}{f}$$

$$\lambda = \frac{3 \cdot 10^8}{5 \cdot 10^7} = 6$$

$$\lambda = 6 \text{ m} \Rightarrow$$

$$\underline{l = 3 \text{ m}}$$



Délka půlvlnného dipólu (antény) pro příjem televizního vysílače jsou 3 m.

- 21) **Ve Wikipedii naleznete na téma echolokace:** Echolokace je postup, kdy se vysílaný zvuk od předmětu odrazí zpět do místa vysílání, kde je zpětně zachycen. Z celkového času, který uplyne od okamžiku vyslání zvukové vlny (obvykle vysokofrekvenčního zvuku) do okamžiku zpětného příjmu odražené vlny (ozvěny neboli echa), se dá spočítat vzdálenost alokovaného předmětu. Tento princip využívají některé specializované elektronické přístroje, například sonary. Princip echolokace je využíván pro měření hloubky moře. Echolokaci využívají také savci a to nejvíce kytovci (Cetaceae) a letouni (Chiroptera). Echolokace byla spolehlivě dokázána nejdříve u netopýrů S. Dijgraafem roku 1947, i když poznatky, že netopýři se dokáží orientovat i bez zraku jsou staršího data. U kytovců byla echolokace prokázána následně v roce 1953 W. Schevillem a B. Lawrenceovou. Kytovci i letouni používají svůj biologický tělesný sonar pro vyhledávání potravy, komunikaci s okolím a orientaci v prostoru. Kytovci jsou schopni vydávat, podle druhu, akustické signály v rozsahu od 250 Hz do 280 kHz .
- Má-li se zvuková vlna od nějakého předmětu odrazit, musí být její vlnová délka menší než tento předmět. Ve vodě se dále šíří zvuk čtyřikrát rychleji než na souši, čili i vlnová délka určité frekvence je ve vodě čtyřikrát delší. Pro zajímavost: vlnová délka ve vodě je při frekvenci 20 Hz asi 75 m a při frekvenci 280 kHz asi 4,5 mm. Toto tvrzení ověřte.

$$\lambda_1 = 75 \text{ m}$$

$$f_1 = 20 \text{ Hz}$$

$$v_1 \doteq 1\,500 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$\lambda_1 = \frac{v}{f}$$

$$\lambda_1 = \frac{1500}{20} = 75$$

$$\underline{\lambda_1 = 75 \text{ m}}$$

$$\lambda_2 = 4,5 \text{ mm} = 0,0045 \text{ m}$$

$$f_2 = 280 \text{ kHz} = 2,8 \cdot 10^5 \text{ s}^{-1}$$

$$\lambda_2 = \frac{v}{f}$$

$$\lambda_2 = \frac{1500}{2,8 \cdot 10^5} = 5,35 \cdot 10^{-3}$$

$$\underline{\lambda_2 = 5,35 \cdot 10^{-3} \text{ m}}$$

První údaj odpovídá výpočtu, ale ten druhý se liší o 0,85 mm.

22) Vypočtete, v jaké hloubce se nachází hejno ryb, jestliže mezi vysláním signálu a jeho návratem uplynula doba 0,2 s. Rychlost zvuku v mořské vodě při teplotě 20 °C je přibližně $1500 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

$$2 \cdot t = 0,2 \text{ s} \Rightarrow t = 0,1 \text{ s}$$

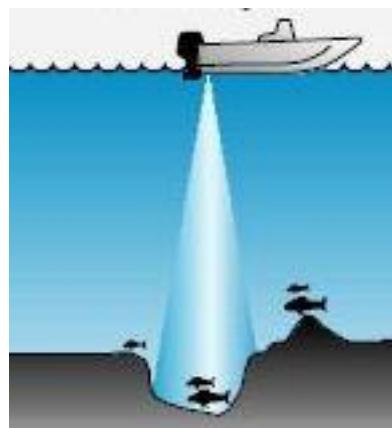
$$v = 1500 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$h = ? \text{ (m)}$$

$$h = v \cdot t$$

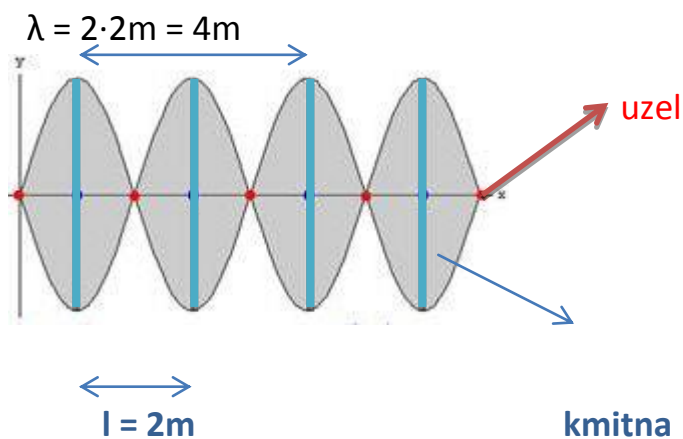
$$h = 1500 \cdot 0,1 = 150$$

$$\underline{\underline{h = 150 \text{ m}}}$$



Hejno ryb se nachází v hloubce 150 m.

23) Kmitny napětí mezi vodiči dvouvodičového vedení jsou ve vzdálenosti 2 m. Určete frekvenci vlnění.



V elektrickém vedení se šíří elektromagnetické vlnění rychlostí světla $\Rightarrow$

$$f = \frac{c}{\lambda}$$

$$f = \frac{3 \cdot 10^8}{4} = 75\,000\,000$$

$$\underline{\underline{f = 75\,000\,000\text{ Hz} = 75\text{ MHz}}}$$

Frekvence vlnění je 75 MHz.

24) Jakou frekvenci přijímá půlvlnný dipól, jehož délka ve vodě je $\frac{1}{3}$ m?

$$l = \frac{1}{3} \text{ m} = \frac{\lambda}{2}$$

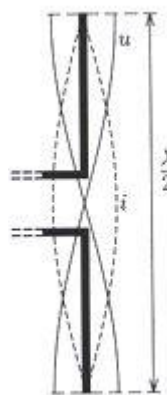
$$f = ? \text{ (Hz)}$$

Rychlost šíření elektromagnetického vlnění vypočteme podle vztahu:

$$v = \frac{c}{\sqrt{\epsilon_r \cdot \mu_r}}$$

$$v = \frac{3 \cdot 10^8}{\sqrt{81.1}} = \frac{10^8}{3}$$

$$v = \frac{10^8}{3} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$



$$f = \frac{v}{\lambda}$$

$$f = \frac{\frac{10^8}{3}}{\frac{2}{3}} = \frac{10^8}{2} = 50$$

$$\underline{\underline{f = 50 \text{ Hz}}}$$

Půlvlnný dipól přijímá frekvenci 50 MHz.