



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Podpora rozvoje praktické výchovy ve fyzice a chemii

SBÍRKA ŘEŠENÝCH FYZIKÁLNÍCH ÚLOH

MECHANIKA

MOLEKULOVÁ FYZIKA A TERMIKA

ELEKTŘINA A MAGNETISMUS

KMITÁNÍ A VLNĚNÍ

OPTIKA

FYZIKA MIKROSVĚTA

TERMODYNAMICKÁ TEPLOTNÍ STUPNICE, TEPLOTA

1) Převed'te hodnoty v Celsiových stupních na kelviny:

$$0\text{ }^{\circ}\text{C} \sim 273,15\text{ K}$$

Celsiův stupeň ($^{\circ}\text{C}$)	Kelvin (K)
125	398,15
-89	184,15
68	341,15
298	571,15
-65	208,15
0	273,15
-5,29	267,86
25,7	298,85
432	705,15
-35,3	237,85
43	316,15
36,84	309,99
-150	123,15
-74	199,15
246	519,15

2) Převed'te hodnoty v kelvinech na stupně Celsia:

$$0 \text{ K} \sim -273,15 \text{ }^{\circ}\text{C}$$

Kelvin (K)	Celsiův stupeň ($^{\circ}\text{C}$)
280	6,85
53,8	-220,15
468,72	195,57
369	95,85
78,9	-194,25
26,36	-246,79
120	-153,15
1 568	1 294,85
328,57	55,42
65,8	-207,35
123,89	-149,26
486	212,85
27,9	-245,25
189,14	-84,01
250	-23,15

3) Vyjádřete rozdíl teplot $t_2 - t_1$ v kelvinech:

t_1 (°C)	t_2 (°C)	ΔT (K)
-10	20	30
28	52	24
-32	-2	30
63	99	36
-38	5	43
85	62	-23
-14	-18	-4
73	123	50
-56	12	68
27	62	35

VNITŘNÍ ENERGIE

- 4) Těleso o hmotnosti 2 kg padá z výšky 15 m do písku. Vypočítejte, jak se změní po dopadu vnitřní energie tělesa a písku.

$$m = 2 \text{ kg}$$

$$h = 15 \text{ m}$$

$$g = 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

$$\Delta U = ? \text{ (J)}$$

Změna vnitřní energie je stejná jako hodnota potenciální energie:

$$\Delta U = E_p$$

$$\Delta U = mgh$$

$$\Delta U = 2 \cdot 10 \cdot 15 = 300$$

$$\underline{\underline{\Delta U = 300 \text{ J}}}$$

Vnitřní energie vzroste o 300 J.

- 5) Auto o hmotnosti 900 kg pohybující se po vodorovné silnici rychlostí 80 km·h⁻¹ náhle zabrzdí. Vypočítejte, jak se změní po zastavení auta vnitřní energie jeho pneumatik a brzdových disků a vnitřní energie vozovky.

$$m = 900 \text{ kg}$$

$$v = 80 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1} = 22,2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$\Delta U = ? \text{ (J)}$$

Změna vnitřní energie je rovna rozdílu kinetických energií

$$\Delta U = E_{k1} - E_{k2}$$

Protože auto zastaví, E_{k2} je nulová, tzn.

$$\Delta U = E_{k1}$$

$$\Delta U = \frac{1}{2} m v^2$$

$$\Delta U = \frac{1}{2} 900 \cdot 22,2^2 = 221\,778$$

$$\Delta U = 221\,778 \text{ J} = 222 \text{ kJ}$$

Vnitřní energie vzroste o 222 kJ.

- 6) Jak se změní vnitřní energie tělesa z olova o hmotnosti 1,5 kg, která má teplotu tání, jestliže se přemění z pevného skupenství v kapalně o téže teplotě? Měrné skupenské teplo tání olova je $22,6 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$.

$$m = 1,5 \text{ kg}$$

$$l_t = 22,6 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1} = 22,6 \cdot 10^3 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1}$$

$$\Delta U = ? \text{ (J)}$$

Vnitřní energie se zvýší o skupenské teplo tání, tzn. $\Delta U = L_t$.

$$\Delta U = L_t = m \cdot l_t$$

$$\Delta U = 1,5 \cdot 22,6 \cdot 10^3 = 33\,900$$

$$\Delta U = 33\,900 \text{ J} = 33,9 \text{ kJ}$$

Vnitřní energie se zvětší o 33,9 kJ.

TEPLO, KALORIMETRICKÁ ROVNICE

- 7) Do kalorimetru nalijeme vodu o hmotnosti 0,5 kg a teplotě 20 °C. Ocelový váleček o hmotnosti 0,4 kg ponoříme do vařící vody a ponecháme ho v ní dost dlouho, aby teplota válečku dosáhla teploty vody, tj. 100 °C. Potom váleček rychle přeneseme do kalorimetru a kalorimetr uzavřeme. Vodu zamícháme míchadlem. Na teploměru sledujeme teplotu a čekáme, až se ustálí. Naměříme 26 °C. Jaké teplo přijme voda v kalorimetru? Jaké teplo odevzdá ocelový váleček? Měrná tepelná kapacita vody je $4,2 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$, měrná tepelná kapacita oceli $0,46 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$.

$$m_1 = 0,5 \text{ kg}$$

$$t_1 = 20 \text{ °C}$$

$$c_1 = 4,2 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1} = 4200 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$$

$$m_2 = 0,4 \text{ kg}$$

$$t_2 = 100 \text{ °C}$$

$$c_2 = 0,46 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1} = 460 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$$

$$t = 26 \text{ °C}$$

$$Q_1 = ? \text{ (J)}$$

$$Q_2 = ? \text{ (J)}$$

Voda přijme teplo ($t > t_1$):

$$Q_1 = m_1 \cdot c_1 \cdot \Delta t = m_1 \cdot c_1 \cdot (t - t_1)$$

$$Q_1 = 0,5 \cdot 4200 \cdot (26 - 20) = 12\,600$$

$$\underline{\underline{Q_1 = 12,6 \text{ kJ}}}$$

Ocelový váleček odevzdá teplo ($t < t_2$):

$$Q_2 = m_2 \cdot c_2 \cdot \Delta t = m_2 \cdot c_2 \cdot (t_2 - t)$$

$$Q_2 = 0,4 \cdot 460 \cdot (100 - 26) = 13\,616$$

$$\underline{\underline{Q_2 = 13,62 \text{ kJ}}}$$

Voda přijme teplo 12,6 kJ, ocelový váleček odevzdá teplo 13,62 kJ.

- 8) V kalorimetru je 250 g vody 15 °C teplé. Ponoříme do ní váleček z neznámého kovu, který má hmotnost 100 g a teplotu 90 °C. Po určité době se voda ustálila na 18,1 °C. Vypočítejte měrnou tepelnou kapacitu neznámého kovu. Měrná tepelná kapacita vody je 4,2 kJ · kg⁻¹ · K⁻¹.

$$m_1 = 250 \text{ g} = 0,25 \text{ kg}$$

$$t_1 = 15 \text{ °C}$$

$$c_1 = 4,2 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1} = 4200 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$$

$$m_2 = 100 \text{ g} = 0,1 \text{ kg}$$

$$t_2 = 90 \text{ °C}$$

$$t = 18,1 \text{ °C}$$

$$c_2 = ? (\text{J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1})$$

Voda teplo přijme:

$$Q_1 = m_1 \cdot c_1 \cdot \Delta t = m_1 \cdot c_1 \cdot (t - t_1)$$

Odlitek teplo odevzdá:

$$Q_2 = m_2 \cdot c_2 \cdot \Delta t = m_2 \cdot c_2 \cdot (t_2 - t)$$

$$Q_1 = Q_2$$

$$m_1 \cdot c_1 \cdot (t - t_1) = m_2 \cdot c_2 \cdot (t_2 - t)$$

$$c_2 = \frac{m_1 \cdot c_1 \cdot (t - t_1)}{m_2 \cdot (t_2 - t)}$$

$$c_2 = \frac{0,25 \cdot 4200 \cdot (18,1 - 15)}{0,1 \cdot (90 - 18,1)} = 452,71$$

$$\underline{\underline{c_2 = 452,71 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}}}$$

Měrná tepelná kapacita kovu je 452,71 J · kg⁻¹ · K⁻¹.

- ❖ Do vody o hmotnosti 800 g a o teplotě 12 °C byla ponořena platinová koule o měrné tepelné kapacitě 133 J · kg⁻¹ · K⁻¹ a hmotnosti 150 g, která byla předtím zahřáta v elektrické peci. Vypočítejte teplotu pece, stoupne-li teplota vody na 19 °C. Měrná tepelná kapacita vody je 4,2 kJ · kg⁻¹ · K⁻¹.

$$m_1 = 8000 \text{ g} = 0,8 \text{ kg}$$

$$t_1 = 12 \text{ °C}$$

$$c_1 = 4,2 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1} = 4200 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$$

$$m_2 = 150 \text{ g} = 0,15 \text{ kg}$$

$$c_2 = 133 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$$

$$t = 19 \text{ °C}$$

$$t_2 = ? \text{ (°C)}$$

Voda teplo přijme:

$$Q_1 = m_1 \cdot c_1 \cdot \Delta t = m_1 \cdot c_1 \cdot (t - t_1)$$

Koule teplo odevzdá:

$$Q_2 = m_2 \cdot c_2 \cdot \Delta t = m_2 \cdot c_2 \cdot (t_2 - t)$$

$$Q_1 = Q_2$$

$$m_1 \cdot c_1 \cdot (t - t_1) = m_2 \cdot c_2 \cdot (t_2 - t)$$

$$m_1 \cdot c_1 \cdot (t - t_1) = m_2 \cdot c_2 \cdot t_2 - m_2 \cdot c_2 \cdot t$$

$$m_1 \cdot c_1 \cdot (t - t_1) + m_2 \cdot c_2 \cdot t = m_2 \cdot c_2 \cdot t_2$$

$$t_2 = \frac{m_1 \cdot c_1 \cdot (t - t_1) + m_2 \cdot c_2 \cdot t}{m_2 \cdot c_2}$$

$$t_2 = \frac{0,8 \cdot 4200 \cdot (19 - 12) + 0,15 \cdot 133 \cdot 19}{0,15 \cdot 133} = 1\,197,95$$

$$\underline{\underline{t_2 = 1\,197,95 \text{ °C} = 1\,198 \text{ °C}}}$$

Teplota pece byla 1 198 °C.

- ❖ Železný odlitek, který má teplotu $520\text{ }^{\circ}\text{C}$ a hmotnost $6,8\text{ kg}$, je třeba ochladit v lázni. Lázeň obsahuje 30 litrů chladné vody, jejíž teplota je přibližně $8\text{ }^{\circ}\text{C}$. Vypočítejte výslednou teplotu soustavy (voda + odlitek). Měrná tepelná kapacita železa je $450\text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$, $c_{\text{H}_2\text{O}} = 4,2\text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$.

$$m_1 = 6,8\text{ kg}$$

$$t_1 = 520\text{ }^{\circ}\text{C}$$

$$c_1 = 450\text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$$

$$m_2 = 30\text{ kg} \dots\dots (1\text{ litr vody má hmotnost přibližně } 1\text{ kg})$$

$$t_2 = 8\text{ }^{\circ}\text{C}$$

$$c_2 = 4,2\text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1} = 4200\text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$$

$$t = ?\text{ (}^{\circ}\text{C)}$$

Odlitek teplo odevzdá:

$$Q_1 = m_1 \cdot c_1 \cdot \Delta t = m_1 \cdot c_1 \cdot (t_1 - t)$$

Voda teplo přijme:

$$Q_2 = m_2 \cdot c_2 \cdot \Delta t = m_2 \cdot c_2 \cdot (t - t_2)$$

$$Q_1 = Q_2$$

$$m_1 \cdot c_1 \cdot (t_1 - t) = m_2 \cdot c_2 \cdot (t - t_2)$$

$$m_1 \cdot c_1 \cdot t_1 - m_1 \cdot c_1 \cdot t = m_2 \cdot c_2 \cdot t - m_2 \cdot c_2 \cdot t_2$$

$$-m_1 \cdot c_1 \cdot t - m_2 \cdot c_2 \cdot t = -m_2 \cdot c_2 \cdot t_2 - m_1 \cdot c_1 \cdot t_1$$

$$m_1 \cdot c_1 \cdot t + m_2 \cdot c_2 \cdot t = m_2 \cdot c_2 \cdot t_2 + m_1 \cdot c_1 \cdot t_1$$

$$t(m_1 \cdot c_1 + m_2 \cdot c_2) = m_2 \cdot c_2 \cdot t_2 + m_1 \cdot c_1 \cdot t_1$$

$$t = \frac{m_2 \cdot c_2 \cdot t_2 + m_1 \cdot c_1 \cdot t_1}{m_1 \cdot c_1 + m_2 \cdot c_2}$$

$$t = \frac{30 \cdot 4200 \cdot 8 + 6,8 \cdot 450 \cdot 520}{6,8 \cdot 450 + 30 \cdot 4200} = 20,139$$

$$t = \underline{\underline{20,139\text{ }^{\circ}\text{C} = 20,14\text{ }^{\circ}\text{C}}}$$

Výsledná teplota soustavy (voda + odlitek) bude $20,14\text{ }^{\circ}\text{C}$.

KINETICKÁ TEORIE PLYNŮ

- 9) Vypočítejte střední kvadratickou rychlost molekul dusíku N_2 a atomů helia He při teplotě $500\text{ }^\circ\text{C}$. Relativní atomová hmotnost dusíku je 14, helia 4, atomová hmotnostní konstanta je $1,66 \cdot 10^{-27}\text{ kg}$ a Boltzmannova konstanta $1,38 \cdot 10^{-23}\text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$.

$$t = 500\text{ }^\circ\text{C}$$

$$t = 500\text{ }^\circ\text{C} \doteq 773\text{ K}$$

$$M_r(N_2) = 28$$

$$A_r(\text{He}) = 4$$

$$m_u = 1,66 \cdot 10^{-27}\text{ kg}$$

$$k = 1,38 \cdot 10^{-23}\text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$$

$$v_k(N_2) = ?\text{ (m} \cdot \text{s}^{-1}\text{)}$$

$$v_k(\text{He}) = ?\text{ (m} \cdot \text{s}^{-1}\text{)}$$

Střední kvadratickou rychlost vypočteme podle vztahu

$$v_k = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}}$$

$$\text{pro molekulu pak } v_k = \sqrt{\frac{3kT}{M_r m_u}} ; \quad \text{pro atom } v_k = \sqrt{\frac{3kT}{A_r m_u}}$$

Číselně

$$v_k = \sqrt{\frac{3 \cdot 1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 773}{28 \cdot 1,66 \cdot 10^{-27}}} = 829,768$$

$$\underline{\underline{v_k \doteq 830\text{ m} \cdot \text{s}^{-1}}}$$

$$v_k = \sqrt{\frac{3 \cdot 1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 773}{4 \cdot 1,66 \cdot 10^{-27}}} = 2\,195,36$$

$$\underline{\underline{v_k \doteq 2\,195\text{ m} \cdot \text{s}^{-1}}}$$

Střední kvadratická

rychlost molekul dusíku je $830\text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ a atomu helia $2\,195\text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

- 10) Při výbuchu jaderné bomby se vytvořila plynová koule, která měla teplotu asi 20 milionů kelvinů. Jaká je střední kinetická energie částic v této kouli? Boltzmannova konstanta $1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$.

$$T = 20 \text{ milionů K} = 2 \cdot 10^7 \text{ K}$$

$$k = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$$

$$E_0 = ? \text{ (J)}$$

Střední kinetickou energii E_0 , která má částice v důsledku svého neuspořádaného posuvného pohybu, určíme ze vztahu

$$E_0 = \frac{3}{2} kT$$

$$E_0 = \frac{3}{2} \cdot 1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 2 \cdot 10^7 = 4,14 \cdot 10^{-16}$$

$$\underline{\underline{E_0 = 4,14 \cdot 10^{-16} \text{ J}}}$$

Střední kvadratická energie částice při jaderném výbuchu je $4,14 \cdot 10^{-16} \text{ J}$.

- 11) Hustota molekul plynu uzavřeného v nádobě o objemu 10 l je $2 \cdot 10^{25} \text{ m}^{-3}$.
Určete počet molekul plynu v nádobě.

$$V = 10 \text{ l} = 10 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$$

$$N_V = 2 \cdot 10^{25} \text{ m}^{-3}$$

$$\underline{N = ?}$$

Hustota molekul v plynu je definována jako podíl počtu částic a objemu nádoby, ve které se plyn nachází, tzn.

$$N_V = \frac{N}{V} \quad \Rightarrow$$

$$N = N_V \cdot V$$

$$N = 2 \cdot 10^{25} \cdot 10 \cdot 10^{-3} = 2 \cdot 10^{23}$$

$$\underline{\underline{N = 2 \cdot 10^{23}}}$$

V nádobě je $2 \cdot 10^{23}$ molekul plynu.

STAVOVÁ ROVNICE

12) Ideální plyn uzavřený v nádobě o objemu 2,5 l má teplotu - 13 °C. Jaký je jeho tlak, je-li v plynu 10^{24} molekul? Boltzmannova konstanta $1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$.

$$V = 2,5 \text{ l} = 2,5 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$$

$$t = -13 \text{ °C} \Rightarrow T = 260 \text{ K}$$

$$N = 10^{24}$$

$$k = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$$

$$p = ?$$

Tlak plynu vypočítáme ze stavové rovnice

$$pV = NkT \Rightarrow$$

$$p = \frac{NkT}{V}$$

$$p = \frac{10^{24} \cdot 1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 260}{2,5 \cdot 10^{-3}} = 1\,435\,200$$

$$\underline{\underline{p = 1\,435\,200 \text{ Pa} = 1,4 \text{ MPa}}}$$

Tlak plynu je 1,4 MPa.

- 13) Kolik molekul je za normálních podmínek obsaženo v ideálním plynu o objemu 1 cm^3 . Boltzmannova konstanta $1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$.

$$V = 1 \text{ cm}^3 = 1 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3$$

$$p_n = 1,01 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

$$T_n = 273 \text{ K}$$

$$k = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$$

$$N = ?$$

Pro ideální plyn platí stavová rovnice ve tvaru

$$p_n V = N k T_n \Rightarrow$$

$$N = \frac{p_n V}{k T_n}$$

$$N = \frac{1,01 \cdot 10^5 \cdot 1 \cdot 10^{-6}}{1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 273} = 2,68 \cdot 10^{19}$$

$$\underline{\underline{N = 2,68 \cdot 10^{19}}}$$

V ideálním plynu je obsaženo $2,68 \cdot 10^{19}$ molekul.

- 14) Za normálních podmínek je v ideálním plynu obsaženo $3 \cdot 10^{20}$ molekul. Jak dlouho by trvalo jeho vyčerpání, kdybychom za každou sekundu ubrali 10^6 molekul?

$$N = 3 \cdot 10^{20}$$

$$\Delta N = 1 \cdot 10^6 / 1 \text{ s}$$

$$t = ? \text{ (s)}$$

Jednoduchý výpočet můžeme provést pomocí trojčlenky (jedná se o přímou úměrnost):

$$1 \text{ s} \dots\dots\dots 1 \cdot 10^6$$

$$x \text{ s} \dots\dots\dots 3 \cdot 10^{20}$$

$$x = \frac{1 \cdot 3 \cdot 10^{20}}{1 \cdot 10^6} = 3 \cdot 10^{14} \text{ s} = 9,5 \cdot 10^6 \text{ let}$$

Vyčerpání plynu by trvalo přibližně 9,5 milionů let.

- 15) V nádobě o objemu 3 litry je dusík N_2 o hmotnosti 56 g a teplotě 27°C . Jaký je jeho tlak? Relativní atomová hmotnost dusíku je 14, molární plynová konstanta má hodnotu $8,31 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$.

$$V = 3 \text{ l} = 3 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$$

$$t = 27^\circ\text{C} \Rightarrow T = 300 \text{ K}$$

$$m = 56 \text{ g} = 0,056 \text{ kg}$$

$$A_r = 14 \Rightarrow M_r = 28 \Rightarrow M_m = 28 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{mol}^{-1}$$

$$R_m = 8,31 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$$

$$p = ? \text{ (Pa)}$$

Pro výpočet použijeme stavovou rovnici ve tvaru

$$pV = \frac{m}{M_m} \cdot R_m \cdot T \Rightarrow$$

$$p = \frac{m \cdot R_m \cdot T}{M_m \cdot V}$$

$$p = \frac{0,056 \cdot 8,31 \cdot 300}{28 \cdot 10^{-3} \cdot 3 \cdot 10^{-3}} = 1\,662\,000$$

$$\underline{\underline{p = 1\,662\,000 \text{ Pa} = 1,66 \text{ MPa}}}$$

Tlak plynu je 1,6 MPa.

- 16) Určete v litrech objem oxidu uhličitého o hmotnosti 1 g při teplotě 21 °C a tlaku 1 kPa. Relativní atomová hmotnost uhlíku je 12, kyslíku 16, molární plynová konstanta má hodnotu $8,31 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$.

$$m = 1 \text{ g} = 1 \cdot 10^{-3} \text{ kg}$$

$$t = 21 \text{ °C} \Rightarrow T = 294 \text{ K}$$

$$p = 1 \text{ kPa} = 1 \cdot 10^3 \text{ Pa}$$

$$A_{r(\text{C})} = 12, A_{r(\text{O})} = 16 \Rightarrow M_r = 44 \Rightarrow M_m = 44 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{mol}^{-1}$$

$$R_m = 8,31 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$$

$$V = ? \text{ (l)}$$

Pro výpočet použijeme stavovou rovnici ve tvaru

$$pV = \frac{m}{M_m} \cdot R_m \cdot T \Rightarrow$$

$$V = \frac{m \cdot R_m \cdot T}{M_m \cdot p}$$

$$V = \frac{1 \cdot 10^{-3} \cdot 8,31 \cdot 294}{44 \cdot 10^{-3} \cdot 1 \cdot 10^3} = 0,0555$$

$$\underline{\underline{V = 0,0555 \text{ m}^3 = 5,6 \text{ l}}}$$

Objem oxidu uhličitého je 5,6 litrů.

DĚJE V PLYNECH

- 17) Ideální plyn uzavřený v nádobě má při teplotě 11°C tlak 189 kPa. Při jaké teplotě bude mít tlak 1 MPa? Objem plynu je konstantní.

$$t_1 = 11^\circ\text{C} \Rightarrow T_1 = 284\text{ K}$$

$$p_1 = 189\text{ kPa} = 189 \cdot 10^3\text{ Pa}$$

$$p_2 = 1\text{ MPa} = 1 \cdot 10^6\text{ Pa}$$

$$t_2 = ? (^\circ\text{C})$$

Objem plynu je konstantní, jedná se tedy o izochorický děj, pro který platí stavová rovnice ve tvaru

$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2} \Rightarrow$$

$$T_2 = \frac{p_2 T_1}{p_1}$$

$$T_2 = \frac{1 \cdot 10^6 \cdot 284}{189 \cdot 10^3} = 1502,65$$

$$\underline{\underline{T_2 = 1503\text{ K} \Rightarrow t_2 = 1\,230^\circ\text{C}}}$$

Plyn musí mít teplotu 1 230 °C.

- 18) V nádobě o vnitřním objemu 30 l je uzavřen plyn při tlaku 10 MPa. Jaký je jeho objem při normálním tlaku? Teplota plynu je konstantní.

$$V_1 = 30 \text{ l} = 30 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$$

$$p_1 = 10 \text{ MPa} = 10 \cdot 10^6 \text{ Pa}$$

$$p_2 = 1,01 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

$$V_2 = ? \text{ (m}^3\text{)}$$

Teplota plynu je konstantní, jedná se tedy o izotermický děj, pro který platí stavová rovnice ve tvaru

$$p_1 V_1 = p_2 V_2 \Rightarrow$$

$$V_2 = \frac{p_1 V_1}{p_2}$$

$$V_2 = \frac{10 \cdot 10^6 \cdot 30 \cdot 10^{-3}}{1,01 \cdot 10^5} = 2,97$$

$$\underline{\underline{V_2 = 2,97 \text{ m}^3 = 3\,000 \text{ l}}}$$

Při normálním tlaku má plyn objem 3 000 litrů.

- ❖ V nádobě o objemu 1 l je oxid uhličitý o hmotnosti 0,001 g. Určete hustotu molekul v nádobě. Jaká je hustota ρ tohoto plynu? Avogadrova konstanta je přibližně $6 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$, relativní molekulová hmotnost CO_2 je 44.

$$V = 1 \text{ l} = 1 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$$

$$m = 0,001 \text{ g} = 1 \cdot 10^{-6} \text{ kg}$$

$$N_A = 6 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$$

$$M_r(\text{CO}_2) = 44$$

$$N_V = ? (\text{m}^{-3})$$

$$\rho = ? (\text{kg} \cdot \text{m}^{-3})$$

Hustota molekul v plynu je definována jako podíl počtu částic a objemu nádoby, ve které se plyn nachází, tzn.

$$N_V = \frac{N}{V}$$

Počet částic vyjádříme z látkového množství a molární hmotnosti $\Rightarrow$

$$M_m = \frac{m}{n} \quad \wedge \quad n = \frac{N}{N_A} \quad \Rightarrow \quad N = \frac{m \cdot N_A}{M_m} = \frac{m \cdot N_A}{M_r \cdot 10^{-3}}$$

$$N_V = \frac{m \cdot N_A}{M_r \cdot 10^{-3} \cdot V}$$

$$N_V = \frac{1 \cdot 10^{-6} \cdot 6 \cdot 10^{23}}{44 \cdot 10^{-3} \cdot 1 \cdot 10^{-3}} = 1,36 \cdot 10^{22}$$

$$N_V = \underline{\underline{1,36 \cdot 10^{22} \text{ m}^{-3}}}$$

Hustotu plynu vypočítáme ze vztahu

$$\rho = \frac{m}{V}$$

$$\rho = \frac{1 \cdot 10^{-6}}{1 \cdot 10^{-3}} = 0,001$$

$$\rho = \underline{\underline{0,001 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3} = 1 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}}}$$

Hustota molekul plynu je $1,36 \cdot 10^{22} \text{ m}^{-3}$, hustota plynu $1 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$.

PRÁCE PLYNU, KRUHOVÝ DĚJ

19) Určete práci plynu, který při stálém tlaku 0,2 MPa zvětšil objem z 0,75 m³ na 1,2 m³.

$$p = 0,2 \text{ MPa} = 2 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

$$V_1 = 0,75 \text{ m}^3$$

$$V_2 = 1,2 \text{ m}^3$$

$$W' = ? \text{ (J)}$$

Práce plynu při izobarickém ději je určena vztahem

$$W' = p\Delta V \Rightarrow$$

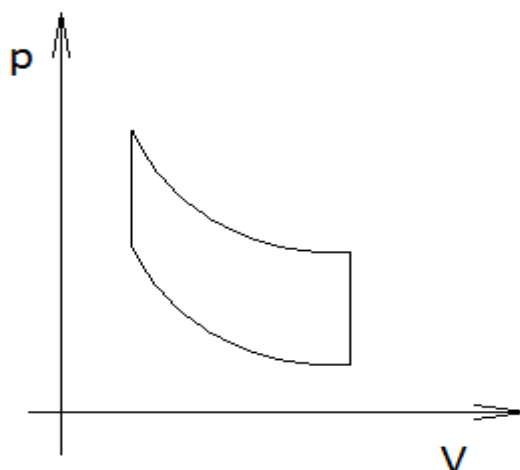
$$W' = p(V_2 - V_1)$$

$$W' = 2 \cdot 10^5 \cdot (1,2 - 0,75) = 90\,000$$

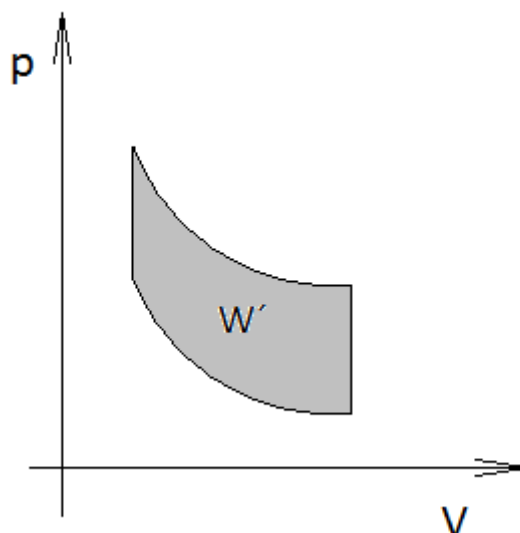
$$\underline{W' = 90\,000 \text{ J} = 90 \text{ kJ}}$$

Plyn při daném izobarickém ději vykonal práci 90 kJ.

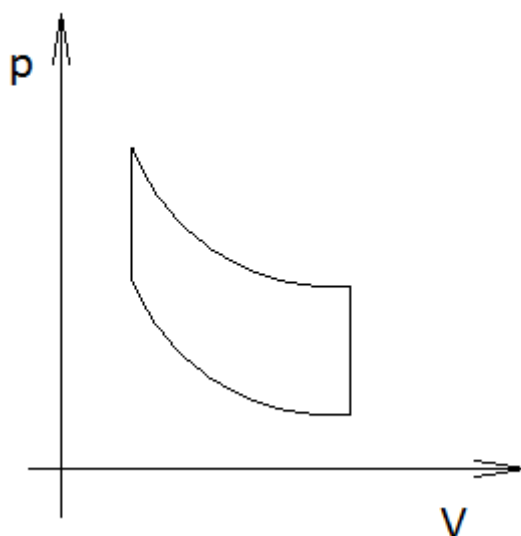
20) Vyznačte v daném pV diagramu vykonanou práci.

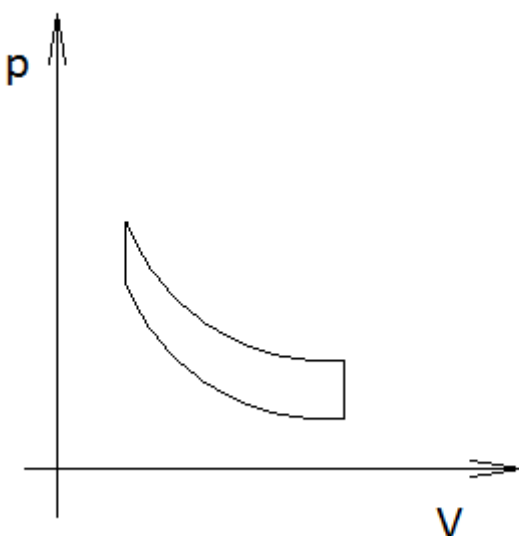
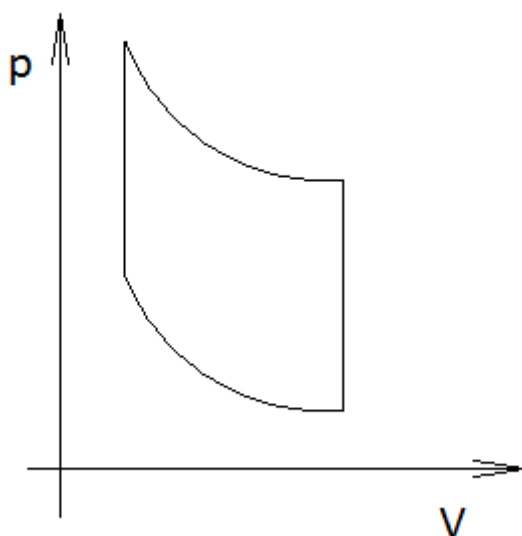


Práce kruhového děje během jednoho cyklu je dána obsahem plochy uvnitř křivky v pV diagramu.



- 21) Na obrázku je znázorněn kruhový děj tepelného stroje. Nakreslete kruhový děj stejného typu (izoterma – izochora – izoterma – izochora) a) s větší vykonanou prací; b) s menší vykonanou prací během jednoho cyklu. V čem se budou lišit?





Větší práci vykoná stroj, který má obrazec natažený ve svislém směru (s velkým rozdílem teplot mezi ohříváčem a chladičem).

22) Určete účinnost tepelného motoru, jehož teplota ohřívače (hořící palivo) je 927°C a teplota chladiče (výfukové plyny) 447°C .

$$t_1 = 927^{\circ}\text{C} \Rightarrow T_1 = 1\,200\text{ K}$$

$$t_2 = 447^{\circ}\text{C} \Rightarrow T_2 = 720\text{ K}$$

$$\eta = ?$$

Pro účinnost ideálního tepelného stroje platí

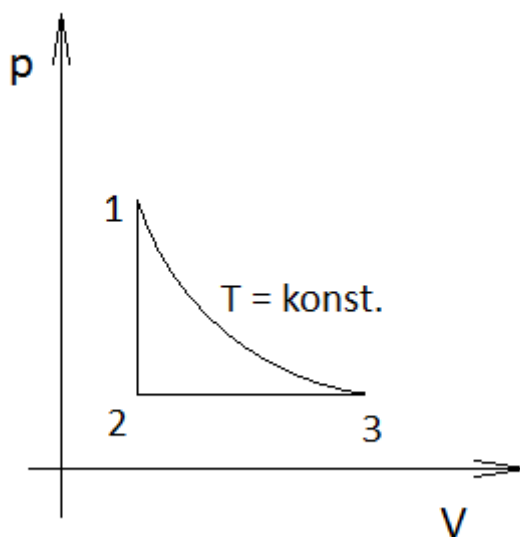
$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$$

$$\eta = \frac{1200 - 720}{1200} = 0,4$$

$$\underline{\underline{\eta = 0,4 = 40\%}}$$

Účinnost tohoto tepelného motoru je 40 %.

23) Na obrázku je nakreslen pV diagram kruhového děje s ideálním plynem. Určete, z jakých jednotlivých dějů se skládá. Porovnejte hodnoty stavových veličin v bodech 1, 2 a 3.



1 $\Rightarrow$ 2 izochorický děj (snižování tlaku a teploty za stálého tlaku)

2 $\Rightarrow$ 3 izobarický děj (zvětšování objemu a teploty)

3 $\Rightarrow$ 1 izotermický děj (zmenšování objemu a zvyšování tlaku)

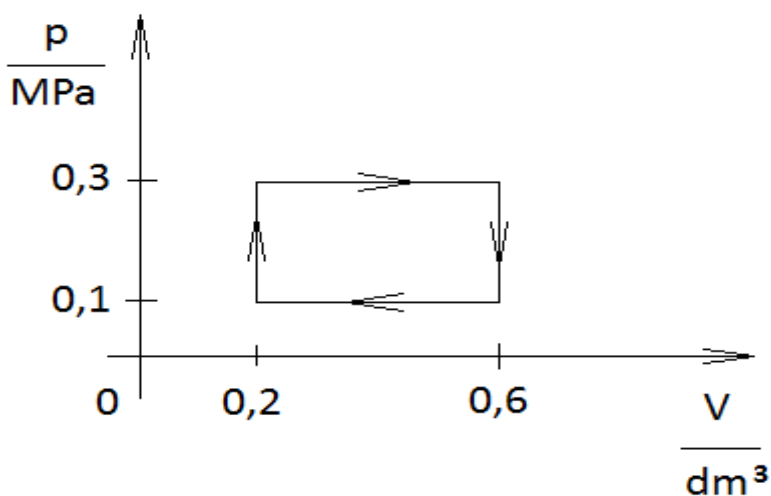
Porovnání stavových veličin (objemu, tlaku a termodynamické teploty):

$$p_1 > p_2 = p_3$$

$$V_1 = V_2 < V_3$$

$$T_1 = T_3 > T_2$$

24) Z pV diagramu určete práci, kterou vykoná ideální plyn při jednom cyklu kruhového děje.



$$p_1 = 0,1 \text{ MPa} = 1 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

$$p_2 = 0,3 \text{ MPa} = 3 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

$$V_1 = 0,2 \text{ dm}^3 = 2 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3$$

$$V_2 = 0,6 \text{ dm}^3 = 6 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3$$

$$W' = ? \text{ (J)}$$

Práce kruhového děje během jednoho cyklu je dána obsahem plochy uvnitř křivky v pV diagramu.

V tomto případě je to obdélník o stranách délky $a = (3 \cdot 10^5 - 1 \cdot 10^5)$ a $b = (6 \cdot 10^{-4} - 2 \cdot 10^{-4})$.

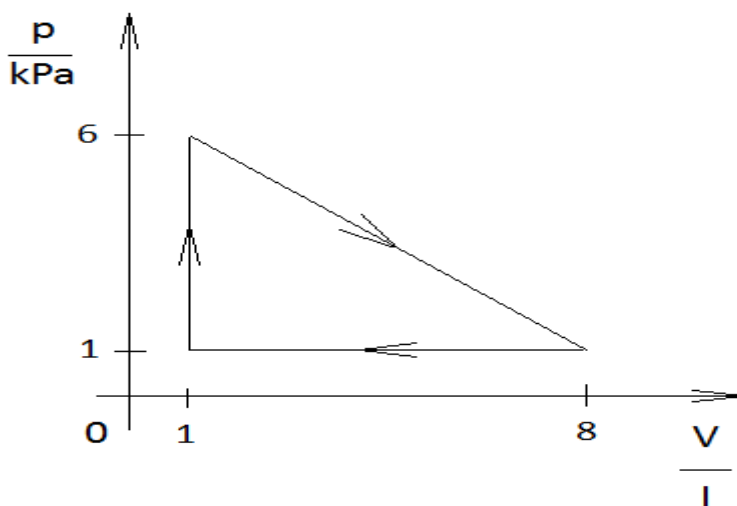
Obsah obdélníku lze vypočítat podle vzorce $S = a \cdot b \Rightarrow$

$$S = 2 \cdot 10^5 \cdot 4 \cdot 10^{-4} = 8 \cdot 10^1 = 80 \text{ J}^2 \Rightarrow$$

$$\underline{\underline{W' = 80 \text{ J}}}$$

Ideální plyn vykoná při jednom cyklu práci 80 J.

25) Z pV diagramu určete práci, kterou vykoná ideální plyn při jednom cyklu kruhového děje.



$$p_1 = 1 \text{ kPa} = 1 \cdot 10^3 \text{ Pa}$$

$$p_2 = 6 \text{ kPa} = 6 \cdot 10^3 \text{ Pa}$$

$$V_1 = 1 \text{ l} = 1 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$$

$$V_2 = 8 \text{ l} = 8 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3$$

$$W' = ? \text{ (J)}$$

Práce kruhového děje během jednoho cyklu je dána obsahem plochy uvnitř křivky v pV diagramu.

V tomto případě je to trojúhelník, jehož obsah lze vypočítat jako polovinu obsahu obdélníku o stranách délky $a = (6 \cdot 10^3 - 1 \cdot 10^3)$ a $b = (8 \cdot 10^{-3} - 1 \cdot 10^{-3})$.

Obsah obdélníku lze vypočítat podle vzorce $S = a \cdot b \Rightarrow$

$$S = 5 \cdot 10^3 \cdot 7 \cdot 10^{-3} = 35 \text{ J}^2 \Rightarrow$$

Obsah trojúhelníku je polovina, tedy $17,5 \text{ J}^2 \Rightarrow$

$$\underline{\underline{W' = 17,5 \text{ J}}}$$

Ideální plyn vykoná při jednom cyklu práci 17,5 J.

SÍLA PRUŽNOSTI, HOOKŮV ZÁKON

26) Vypočítejte normálové napětí v ocelovém drátě, který je deformován tahem silami o velikosti 0,35 kN. Drát má poloměr 0,43 mm.

$$F = 0,35 \text{ kN} = 0,35 \cdot 10^3 \text{ N} = 350 \text{ N}$$

$$r = 0,43 \text{ mm} = 43 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

$$\sigma_n = ? \text{ (Pa)}$$

$$\sigma_n = \frac{F}{S}$$

$$\sigma_n = \frac{F}{\pi r^2}$$

$$\sigma_n = \frac{350}{3,14 \cdot (43 \cdot 10^{-3})^2} = 60289,92$$

$$\sigma_n = \underline{\underline{60289,92 \text{ Pa} = 0,6 \text{ GPa}}}$$

Normálové napětí v ocelovém drátě je 0,6 GPa.

27) Ocelový drát má délku 6 m a jeho příčný řez má obsah 3 mm^2 . Určete sílu, která způsobí jeho prodloužení o 5 mm. Modul pružnosti v tahu pro ocel je 220 GPa.

$$l_0 = 6 \text{ m}$$

$$S = 3 \text{ mm}^2 = 3 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2$$

$$\Delta l = 5 \text{ mm} = 5 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

$$E = 220 \text{ GPa} = 220 \cdot 10^9 \text{ Pa}$$

$$F = ? \text{ (N)}$$

K výpočtu použijeme Hookův zákon ve tvaru

$$\frac{F}{S} = E \frac{\Delta l}{l_0} \Rightarrow$$

$$F = \frac{E \cdot S \cdot \Delta l}{l_0}$$

$$F = \frac{220 \cdot 10^9 \cdot 3 \cdot 10^{-6} \cdot 5 \cdot 10^{-3}}{6} = 550$$

$$\underline{\underline{F = 550 \text{ N}}}$$

Dané prodloužení způsobí síla o velikosti 550 N.

28) Ocelové lano je tvořeno z 10 drátů, z nichž každý má průměr 2 mm. Jakou silou se lano přetrhne, je-li mez pevnosti v tahu použité oceli 1,3 GPa?

$$d = 2 \text{ mm} \Rightarrow r = 1 \text{ mm} = 1 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

$$\sigma_p = 1,3 \text{ GPa} = 1,3 \cdot 10^9 \text{ Pa}$$

$$F = ? \text{ (N)}$$

Sílu potřebnou k přetržení jednoho drátu vyjádříme

$$F = \sigma_n \cdot S = \sigma_n \cdot \pi \cdot r^2$$

Protože je lano tvořeno deseti dráty, sílu vypočítáme jako desetinásobek

$$F = 10 \cdot \sigma_n \cdot \pi \cdot r^2$$

$$F = 10 \cdot 1,3 \cdot 10^9 \cdot 3,14 \cdot (1 \cdot 10^{-3})^2 = 40\,820$$

$$\underline{F = 40\,820 \text{ N} = 40,8 \text{ kN}}$$

Lano se přetrhne silou o velikosti 40,8 kN.

TEPLOTNÍ ROZTAŽNOST PEVNÝCH LÁTEK

29) Ocelové potrubí parního vedení má při teplotě $20\text{ }^{\circ}\text{C}$ délku 45 m. Jak se zvětší délka potrubí, proudí-li v něm pára o teplotě $450\text{ }^{\circ}\text{C}$? Teplotní součinitel délkové roztažnosti oceli je $1,2 \cdot 10^{-5}\text{ K}^{-1}$.

$$t_1 = 20^{\circ}\text{C}$$

$$l_1 = 45\text{ m}$$

$$t = 450^{\circ}\text{C}$$

$$\alpha = 1,2 \cdot 10^{-5}\text{ K}^{-1}$$

$$l = ?\text{ (m)}$$

Pro délku parního potrubí při teplotě t platí

$$l = l_1(1 + \alpha\Delta t) \Rightarrow$$

$$l = l_1[1 + \alpha(t - t_1)]$$

$$l = 45[1 + 1,2 \cdot 10^{-5}(450 - 20)] = 45,2322$$

$$\underline{\underline{l = 45,23\text{ m}}}$$

Jestliže potrubím proudí pára o teplotě $450\text{ }^{\circ}\text{C}$, je jeho délka 45,23 m, tj. nastalo prodloužení o 23 cm.

30) Hliníková nádoba ($\alpha = 0,024 \cdot 10^{-3} \text{K}^{-1}$) má při teplotě 20°C vnitřní objem 1 litr. Jak se změní tento objem, zvýší-li se teplota o 60°C ?

$$t_1 = 20^\circ \text{C}$$

$$\alpha = 0,024 \cdot 10^{-3} \text{K}^{-1}$$

$$V_1 = 1 \text{ l} = 1 \cdot 10^{-3} \text{m}^3$$

$$\Delta t = 60^\circ \text{C}$$

$$V = ? (\text{m}^3)$$

Pro objemovou roztažnost pevných látek platí

$$V = V_1(1 + \beta \Delta t) \Rightarrow$$

$$V = V_1(1 + 3\alpha \Delta t)$$

$$V = 1 \cdot 10^{-3}(1 + 3 \cdot 0,024 \cdot 10^{-3} \cdot 60) = 1,00432 \cdot 10^{-3}$$

$$\underline{V = 1,00432 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3 = 1,004 \text{ l}}$$

Objem nádoby se zvýší na 1,004 l, tj. objem nádoby se zvětšil o 4 ml.

31) Ocelová koule má při teplotě 30 °C poloměr 2 cm. Jaký je objem koule při teplotě - 10 °C? $\alpha_{\text{ocel}} = 1,2 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$.

$$t_1 = 30^\circ\text{C}$$

$$r_1 = 2 \text{ cm} = 2 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

$$t = -10^\circ\text{C}$$

$$\alpha = 1,2 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$$

$$V_1 = ? (\text{m}^3)$$

Pro objemovou roztažnost pevných látek platí

$$V = V_1(1 + \beta\Delta t) = V_1(1 + 3\alpha\Delta t) = \frac{4}{3}\pi r^3(1 + 3\alpha\Delta t)$$

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3[1 + 3\alpha(t - t_1)]$$

$$V = \frac{4}{3} \cdot 3,14 \cdot (2 \cdot 10^{-2})^3 [1 + 3 \cdot 1,2 \cdot 10^{-5} \cdot (-10 - 30)] = 3,34 \cdot 10^{-5}$$

$$\underline{V = 3,34 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3 = 33,5 \text{ cm}^3}$$

Při teplotě - 10 °C bude mít koule objem 33,5 cm³.

- 32) Relativní prodloužení tyčinky při zvýšení teploty z $-10\text{ }^{\circ}\text{C}$ na $40\text{ }^{\circ}\text{C}$ je $0,07\text{ }\%$. Určete teplotní součinitel délkové roztažnosti materiálu, ze kterého je tyčinka. Jaké je prodloužení této tyčinky při uvedené změně teploty, je-li počáteční délka $56,9\text{ mm}$?

$$t_1 = -10\text{ }^{\circ}\text{C}$$

$$t = 40\text{ }^{\circ}\text{C}$$

$$\varepsilon = 0,07\% = 0,0007$$

$$\alpha = ?\text{ (K}^{-1}\text{)}$$

$$l_0 = 56,9\text{ mm} = 56,9 \cdot 10^{-3}\text{ m}$$

$$\Delta l = ?\text{ (m)}$$

Relativní prodloužení je definováno jako podíl prodloužení a původní délky, tzn.

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0} \Rightarrow \Delta l = \varepsilon l_0$$

Prodloužení vyjádříme

$$\Delta l = \alpha l_0 \Delta t = \alpha l_0 (t - t_1)$$

Spojením obou vzorců dostáváme

$$\varepsilon l_0 = \alpha l_0 (t - t_1) \Rightarrow$$

$$\alpha = \frac{\varepsilon}{t - t_1}$$

$$\alpha = \frac{0,0007}{40 - (-10)} = 1,4 \cdot 10^{-5}$$

$$\alpha = \underline{\underline{1,4 \cdot 10^{-5}\text{ K}^{-1}}}$$

Teplotní součinitel délkové roztažnosti daného materiálu je $1,4 \cdot 10^{-5}\text{ K}^{-1}$.

Prodloužení vypočítáme z výše odvozeného vztahu

$$\Delta l = \varepsilon l_0$$

$$\Delta l = 0,0007 \cdot 56,9 \cdot 10^{-3} = 3,983 \cdot 10^{-5}$$

$$\Delta l = \underline{\underline{3,983 \cdot 10^{-5}\text{ m} \doteq 4 \cdot 10^{-2}\text{ mm}}}$$

Prodloužení dané tyčinky je $4 \cdot 10^{-2}\text{ mm}$.

- 33) Betonový sloup má při určité teplotě objem $0,25 \text{ m}^3$. Při jaké změně teploty se zmenší objem sloupu o $0,45 \text{ dm}^3$? Teplotní součinitel délkové roztažnosti betonu je $1,2 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$.

$$V_1 = 0,25 \text{ m}^3$$

$$\Delta V = 0,45 \text{ dm}^3 = 45 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3$$

$$\alpha = 1,2 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$$

$$\Delta t = ? (^\circ\text{C})$$

Pro objemovou roztažnost pevných látek platí

$$V = V_1(1 + \beta \Delta t) = V_1(1 + 3\alpha \Delta t) = V_1 + 3\alpha V_1 \Delta t \quad \Rightarrow$$

$$V - V_1 = 3\alpha V_1 \Delta t \quad \Rightarrow$$

$$\Delta V = 3\alpha V_1 \Delta t \quad \Rightarrow$$

$$\Delta t = \frac{\Delta V}{3V_1\alpha}$$

$$\Delta t = \frac{45 \cdot 10^{-5}}{3 \cdot 0,25 \cdot 1,2 \cdot 10^{-5}} = 50$$

$$\Delta t = \underline{\underline{50^\circ\text{C}}}$$

Objem sloupu se zmenší při snížení teploty o 50°C .

Pozn.: Objem pevných látek klesá se snižující se teplotou.

- ❖ Jakou délku musí mít hliníkový drát zavěšený ve svislé poloze, aby se přetrhl působením vlastní tíhové síly? Hustota hliníku je $2\,700\text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$, mez pevnosti hliníku je 130 MPa a tíhové zrychlení $9,81\text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$.

$$\rho = 2700\text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$$

$$\sigma_p = 130\text{ MPa} = 130 \cdot 10^6\text{ Pa}$$

$$g = 9,81\text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$$

$$l = ?\text{ (m)}$$

Na hliníkový drát zavěšený ve svislé poloze působí tíhová síla

$$F_G = \rho V g = \rho S l g$$

V příčném řezu vzniká účinkem této síly normálové napětí

$$\sigma_n = \frac{F_G}{S} = \frac{\rho S l g}{S} = \rho l g$$

Zadanou mez pevnosti můžeme ztotožnit s normálovým napětím $\Rightarrow$

$$\sigma_p = \rho l g \quad \Rightarrow$$

$$l = \frac{\sigma_n}{\rho g}$$

$$l = \frac{130 \cdot 10^6}{2700 \cdot 9,81} = 4\,908,068$$

$$\underline{\underline{l = 4\,908,068\text{ m} \doteq 4,9\text{ km}}}$$

Hliníkový drát by musel mít délku 4,9 km.

- ❖ Ocelový drát o délce 1 m s obsahem příčného řezu 1 mm^2 se působením síly 200 N prodloužil o 1 mm. Jaké bude prodloužení drátu ze stejné oceli, jestliže má délku 3 m, obsah příčného řezu $0,5 \text{ mm}^2$ a je napínán silou 300 N?

$$l_1 = 1 \text{ m}$$

$$S_1 = 1 \text{ mm}^2 = 1 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2$$

$$F_1 = 200 \text{ N}$$

$$\Delta l_1 = 1 \text{ mm} = 1 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

$$l_2 = 3 \text{ m}$$

$$S_2 = 0,5 \text{ mm}^2 = 5 \cdot 10^{-7} \text{ m}^2$$

$$F_2 = 300 \text{ N}$$

$$\Delta l_2 = ? \text{ (m)}$$

Pro prodloužení obou drátů (Hookova zákona) platí:

$$\Delta l_1 = \frac{F_1 l_1}{ES_1}; \quad \Delta l_2 = \frac{F_2 l_2}{ES_2}$$

Dělením levých a pravých stran obou rovnic dostaneme

$$\frac{\Delta l_2}{\Delta l_1} = \frac{\frac{F_2 l_2}{ES_2}}{\frac{F_1 l_1}{ES_1}} = \frac{F_2 l_2 ES_1}{F_1 l_1 ES_2} = \frac{F_2 l_2 S_1}{F_1 l_1 S_2} \quad \Rightarrow$$

$$\Delta l_2 = \Delta l_1 \frac{F_2 l_2 S_1}{F_1 l_1 S_2}$$

$$\Delta l_2 = 1 \cdot 10^{-3} \frac{300 \cdot 3 \cdot 1 \cdot 10^{-6}}{200 \cdot 1 \cdot 5 \cdot 10^{-7}} = 0,009$$

$$\Delta l_2 = \underline{\underline{0,009 \text{ m} = 9 \text{ mm}}}$$

Druhý drát se prodlouží o 9 mm.

Protože se v obecném řešení vyskytují pouze podíly dvou stejných fyzikálních veličin, lze je vyjádřit v libovolných jednotkách, tzn. není třeba hned v zápise zadání převádět jednotky.

POVRCHOVÁ VRSTVA, POVRCHOVÉ NAPĚTÍ

34) Jak velké závaží je třeba zavěsit na pohyblivou příčku rámečku s nataženou mýdlovou blánou, aby příčka byla v klidu? Příčka má délku 5 cm a zanedbatelnou hmotnost. Povrchové napětí kapaliny je $70 \text{ mN}\cdot\text{m}^{-1}$. Tíhové zrychlení je $10 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$.

$$l = 5 \text{ cm} = 5 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

$$\sigma = 70 \text{ mN}\cdot\text{m}^{-1} = 70 \cdot 10^{-3} \text{ mN}\cdot\text{m}^{-1}$$

$$g = 10 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$$

$$m = ? \text{ (kg)}$$

Tíhová síla závaží musí vyrovnat účinek povrchových sil, tj. $F_p = F_G$.

Protože má kapalina dva povrchy, musí platit $2F_p = F_G \Rightarrow$

$$2 \cdot \sigma \cdot l = m \cdot g \quad \Rightarrow$$

$$m = \frac{2 \cdot \sigma \cdot l}{g}$$

$$m = \frac{2 \cdot 70 \cdot 10^{-3} \cdot 5 \cdot 10^{-2}}{10} = 7 \cdot 10^{-4}$$

$$\underline{\underline{m = 7 \cdot 10^{-4} \text{ kg}}}$$

Na příčku je třeba zavěsit závaží o hmotnosti $7 \cdot 10^{-4} \text{ kg}$.

35) Vypočtěte povrchovou energii kulové kapky vody o poloměru 2 mm.
Povrchové napětí vody je $0,073 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$.

$$r = 2 \text{ mm} = 2 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

$$\sigma = 0,073 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$$

$$E = ? \text{ (J)}$$

Povrchovou energii kulové kapky vypočteme podle vzorce

$$E = \sigma \cdot S \Rightarrow$$

$$E = \sigma \cdot 4 \cdot \pi \cdot r^2$$

$$E = 0,073 \cdot 4 \cdot 3,14 \cdot (2 \cdot 10^{-3})^2 = 3,668 \cdot 10^{-6}$$

$$\underline{E = 3,67 \cdot 10^{-6} \text{ J}}$$

Povrchová energie kapky je $3,67 \cdot 10^{-6} \text{ J}$.

36) Jaká práce je potřebná k vyfouknutí mýdlové bubliny o poloměru 7 cm?
Povrchové napětí mýdlového roztoku je $0,04 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$.

$$r = 7 \text{ cm} = 7 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

$$\sigma = 0,04 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$$

$$E = ? \text{ (J)}$$

Práce vykonaná při vyfouknutí kulové bubliny je rovna povrchové energii bubliny. Bublina má dva povrchy, jejich poloměry považujeme za stejné.

$$W = E$$

$$W = \sigma \cdot S = \sigma \cdot 2 \cdot 4 \cdot \pi \cdot r^2 \Rightarrow$$

$$W = 8 \cdot \sigma \cdot \pi \cdot r^2$$

$$W = 8 \cdot 0,04 \cdot 3,14 \cdot (7 \cdot 10^{-2})^2 = 4,923 \cdot 10^{-3}$$

$$\underline{W = 4,92 \cdot 10^{-3} \text{ J}}$$

K vyfouknutí mýdlové bubliny je nutno vykonat práci $4,92 \cdot 10^{-3} \text{ J}$.

KAPILÁRNÍ JEVY

37) Jaký je kapilární tlak ve vzduchové bublině kulového tvaru, která se nachází uvnitř vody, je-li její průměr 10^{-3} mm. Povrchové napětí vody ve styku se vzduchem je $73 \text{ mN}\cdot\text{m}^{-1}$.

$$d = 10^{-3} \text{ mm} = 1 \cdot 10^{-6} \text{ m} \Rightarrow R = 5 \cdot 10^{-7} \text{ m}$$

$$\sigma = 73 \text{ mN}\cdot\text{m}^{-1} = 73 \cdot 10^{-3} \text{ N}\cdot\text{m}^{-1}$$

$$p_k = ? \text{ (Pa)}$$

Pro volný povrch kapaliny kulového tvaru je kapilární tvar dán vztahem

$$p_k = \frac{2\sigma}{R}$$

$$p_k = \frac{2 \cdot 73 \cdot 10^{-3}}{5 \cdot 10^{-7}} = 292\,000$$

$$\underline{\underline{p_k = 292 \text{ kPa}}}$$

Kapilární tlak má velikost 292 kPa.

38) Do jaké výšky vystoupí petrolej v kapiláře o průměru 2 mm, je-li jeho povrchové napětí $27 \text{ mN} \cdot \text{m}^{-1}$ a hustota $0,8 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}$. $g = 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.

$$d = 2 \text{ mm} \Rightarrow r = 1 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

$$\sigma = 27 \text{ mN} \cdot \text{m}^{-1} = 27 \cdot 10^{-3} \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$$

$$\rho = 0,8 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3} = 800 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$$

$$g = 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

$$h = ? \text{ (m)}$$

Pro výšku kapaliny při kapilární elevaci platí

$$h = \frac{2\sigma}{\rho \cdot g \cdot r}$$

$$h = \frac{2 \cdot 27 \cdot 10^{-3}}{800 \cdot 10 \cdot 1 \cdot 10^{-3}} = 6,75 \cdot 10^{-3}$$

$$\underline{\underline{h = 6,75 \cdot 10^{-3} \text{ m}}}$$

Petrolej v kapiláře vystoupí do výšky $6,75 \cdot 10^{-3} \text{ m}$.

39) Jaký je vnitřní průměr kapiláry, jestliže v ní voda vystoupila do výšky 2 cm nad volnou hladinou vody v širší nádobě? Povrchové napětí vody je $73 \text{ mN} \cdot \text{m}^{-1}$ a její hustota $1\,000 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$. $g = 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.

$$h = 2 \text{ cm} = 0,02 \text{ m}$$

$$\sigma = 73 \text{ mN} \cdot \text{m}^{-1} = 73 \cdot 10^{-3} \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$$

$$\rho = 1\,000 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$$

$$g = 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

$$d = ? \text{ (m)}$$

Pro výšku kapaliny při kapilární elevaci platí

$$h = \frac{2\sigma}{\rho \cdot g \cdot r} \Rightarrow$$

$$r = \frac{2\sigma}{h \cdot \rho \cdot g}$$

$$r = \frac{2 \cdot 73 \cdot 10^{-3}}{0,02 \cdot 1000 \cdot 10} = 7,3 \cdot 10^{-4}$$

$$r = 7,3 \cdot 10^{-4}$$

$$d = 2r \Rightarrow$$

$$\underline{d = 1,46 \cdot 10^{-3} \text{ m}}$$

Vnitřní průměr kapiláry je $1,46 \cdot 10^{-3} \text{ m}$.

ZMĚNY SKUPENSTVÍ

40) Vypočítejte teplo, které je třeba dodat měděnému tělesu o hmotnosti 500 g a teplotě 20 °C, aby se roztavilo? Měrná tepelná kapacita mědi je $383 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$, teplota tání 1 083 °C a měrné skupenské teplo tání $205 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$.

$$m = 500 \text{ g} = 0,5 \text{ kg}$$

$$t = 20 \text{ °C}$$

$$c = 383 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$$

$$t_t = 1\,083 \text{ °C}$$

$$l_t = 205 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1} = 205 \cdot 10^3 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1}$$

$$Q = ? \text{ (J)}$$

Aby se těleso roztavilo, musí se mu dodat teplo Q_1 (zvýšení teploty na teplotu tání) a teplo L_t na změnu skupenství (roztavení), tzn.

$$Q = Q_1 + L_t$$

$$Q = m \cdot c \cdot \Delta t + m \cdot l_t \Rightarrow$$

$$Q = m \cdot c \cdot (t_t - t) + m \cdot l_t$$

$$Q = 0,5 \cdot 383 \cdot (1\,083 - 20) + 0,5 \cdot 205 \cdot 10^3 = 306\,064,5$$

$$\underline{\underline{Q = 306\,064,5 \text{ J} = 306 \text{ kJ}}}$$

Měděnému tělesu je třeba dodat teplo 306 kJ.

- 41) Jak se změní vnitřní energie tělesa z olova o hmotnosti 1,5 kg, která má teplotu tání, jestliže se přemění z pevného skupenství v kapalné o téže teplotě? Měrné skupenské teplo tání olova je $22,6 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$.

$$m = 1,5 \text{ kg}$$

$$l_t = 22,6 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1} = 22,6 \cdot 10^3 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1}$$

$$\Delta U = ? \text{ (J)}$$

Vnitřní energie se zvýší o skupenské teplo tání, tzn. $\Delta U = L_t$.

$$\Delta U = L_t = m \cdot l_t$$

$$\Delta U = 1,5 \cdot 22,6 \cdot 10^3 = 33\,900$$

$$\Delta U = 33\,900 \text{ J} = 33,9 \text{ kJ}$$

Vnitřní energie se zvětší o 33,9 kJ.

- 42) Voda o hmotnosti 10 kg a teplotě 20 °C se ohřeje na teplotu 100 °C a pak se všechna přemění na páru téže teploty. Jaké celkové teplo soustava přijme? Měrná tepelná kapacita vody je $4,18 \cdot 10^3 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$, měrné skupenské teplo vypařování je $2,26 \text{ MJ} \cdot \text{kg}^{-1}$.

$$m = 10 \text{ kg}$$

$$t_1 = 20 \text{ °C}$$

$$t = 100 \text{ °C}$$

$$c = 4,18 \cdot 10^3 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1} = 4\,180 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$$

$$l_v = 2,26 \text{ MJ} \cdot \text{kg}^{-1} = 2,26 \cdot 10^6 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1}$$

$$Q = ? \text{ (J)}$$

Aby voda změnila skupenství z kapalného na plynné, musí přijmout teplo Q_1 (zvýšení teploty na teplotu vypařování 100 °C) a teplo L_t na změnu skupenství (vypaření), tzn.

$$Q = Q_1 + L_t$$

$$Q = m \cdot c \cdot \Delta t + m \cdot l_t \Rightarrow$$

$$Q = m \cdot c \cdot (t - t_1) + m \cdot l_v$$

$$Q = 10 \cdot 4\,180 \cdot (100 - 20) + 10 \cdot 2,26 \cdot 10^6 = 25\,944\,000$$

$$\underline{\underline{Q = 25\,944\,000 \text{ J} = 25,9 \text{ MJ}}}$$

Soustava přijme teplo 25,9 MJ.

- 43) Vodní pára o hmotnosti 5 kg a teplotě 100 °C zkapalní a vzniklá voda zchladne na teplotu 30 °C. Vypočítejte teplo, které při tomto ději voda předá do okolí. Měrná tepelná kapacita vody je $4,18 \cdot 10^3 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$, měrné skupenské teplo kondenzace je $2,26 \text{ MJ} \cdot \text{kg}^{-1}$.

$$m = 5 \text{ kg}$$

$$t_1 = 100 \text{ °C}$$

$$t = 30 \text{ °C}$$

$$c = 4,18 \cdot 10^3 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1} = 4\,180 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$$

$$l_k = 2,26 \text{ MJ} \cdot \text{kg}^{-1} = 2,26 \cdot 10^6 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1}$$

$$Q = ? \text{ (J)}$$

Aby pára zkondenzovala (změnila skupenství z plynného na kapalné), musí odevzdat teplo Q_1 (snížení teploty ze 100 °C na 30 °C) a teplo L_k na samotnou změnu skupenství (pára – voda), tzn.

$$Q = Q_1 + L_k$$

$$Q = m \cdot c \cdot \Delta t + m \cdot l_t \Rightarrow$$

$$Q = m \cdot c \cdot (t_1 - t) + m \cdot l_k$$

$$Q = 5 \cdot 4\,180 \cdot (100 - 30) + 5 \cdot 2,26 \cdot 10^6 = 12\,763\,000$$

$$\underline{\underline{Q = 12\,763\,000 \text{ J} = 12,76 \text{ MJ}}}$$

Voda odevzdá okolí teplo 12,76 MJ.

- 44) Led o hmotnosti 0,5 kg a teplotě $-8\text{ }^{\circ}\text{C}$ roztál při teplotě $0\text{ }^{\circ}\text{C}$ a vzniklá voda byla odpařena o teplotě $100\text{ }^{\circ}\text{C}$. Jaké teplo bylo spotřebováno na tento proces? Měrná tepelná kapacita vody je $4,18 \cdot 10^3\text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$, měrná tepelná kapacita ledu $2,1 \cdot 10^3\text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$, měrné skupenské teplo tání ledu je $334 \cdot 10^3\text{ J} \cdot \text{kg}^{-1}$, měrné skupenské teplo vypařování je $2,26 \cdot 10^6\text{ J} \cdot \text{kg}^{-1}$.

$$m = 0,5\text{ kg}$$

$$t_1 = -8\text{ }^{\circ}\text{C}$$

$$t_t = 0\text{ }^{\circ}\text{C}$$

$$t_v = 100\text{ }^{\circ}\text{C}$$

$$c_v = 4,18 \cdot 10^3\text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$$

$$c_l = 2,1 \cdot 10^3\text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$$

$$l_t = 334 \cdot 10^3\text{ J} \cdot \text{kg}^{-1}$$

$$l_v = 2,26 \cdot 10^6\text{ J} \cdot \text{kg}^{-1}$$

$$Q = ?\text{ (J)}$$

Aby led roztál, musíme mu dodat jednak teplo ke zvýšení teploty na teplotu tání, jednak teplo na samotnou změnu skupenství (skupenské teplo tání).

Voda se vypaří, pokud jí dodáme teplo potřebné ke zvýšení teploty na teplotu varu a skupenské teplo vypařování. Celkové teplo určíme jako součet všech dílčích tepel, tzn.

$$Q = Q_1 + L_t + Q_2 + L_v \Rightarrow$$

$$Q = m \cdot c_l \cdot (t_t - t_1) + m \cdot l_t + m \cdot c_v \cdot (t_v - t_t) + m \cdot l_v$$

$$Q = 0,5 \cdot 2,1 \cdot 10^3 \cdot [0 - (-8)] + 0,5 \cdot 334 \cdot 10^3 + 0,5 \cdot 4,18 \cdot 10^3 \cdot$$

$$(100 - 0) + \quad + 0,5 \cdot 2,26 \cdot 10^6 = 1\,510\,400$$

$$\underline{\underline{Q = 1\,510\,400\text{ J} = 1,5\text{ MJ}}}$$

Při této změně skupenství se spotřebovalo teplo 1,5 kJ.

- ❖ Určete minimální rychlost olověné střely, při které se po nárazu na pancéřovou desku zcela roztaví. Předpokládáme, že při nárazu střela neodevzdala žádnou energii okolí. Počáteční teplota střely je $27\text{ }^{\circ}\text{C}$, teplota tání olova $327\text{ }^{\circ}\text{C}$, měrné skupenské teplo tání olova je $22,6\text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$, měrná tepelná kapacita olova je $123\text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$.

$$t = 27\text{ }^{\circ}\text{C}$$

$$t_t = 327\text{ }^{\circ}\text{C}$$

$$l_t = 22,6\text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1} = 22,6 \cdot 10^3\text{ J} \cdot \text{kg}^{-1}$$

$$c = 123\text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$$

$$v = ? (\text{m} \cdot \text{s}^{-1})$$

Kinetická energie střely se spotřebuje na zahřátí střely na teplotu tání a na skupenské teplo tání

$$\frac{1}{2}mv^2 = mc(t_t - t) + ml_t$$

$$v^2 = \frac{mc(t_t - t) + ml_t}{\frac{1}{2}m} = \frac{2m[c(t_t - t) + l_t]}{m} \Rightarrow$$

$$v = \sqrt{2[c(t_t - t) + l_t]}$$

$$v = \sqrt{2[123(327 - 27) + 22,6 \cdot 10^3]} = 344,96$$

$$\underline{\underline{v = 345\text{ m} \cdot \text{s}^{-1}}}$$

Aby se střela při nárazu roztavila, musí mít minimální rychlost $345\text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.