1a) FUNKCE, DEFINIČNÍ OBOR, GRAFICKÉ ZNÁZORNĚNÍ

Úvodní poznámka. V tomto textu nejsou zpracována ta témata, která tvoří samostatnou otázku, a to:

3a) Logaritmická a exponenciální funkce

5a) Průběh funkce

11a) Limita a spojitost funkce

12a Derivace funkce a její užití

20b) Definice, grafy goniometrických funkcí

21b) Vztahy mezi gon. funkcemi

25a) Složené funkce

28 a) Funkce lineární, kvadratická, lineární lomená

<u>Definice:</u> Funkce na množině $A \subset R$ je předpis, který každému číslu z množiny A přiřazuje právě jedno reálné číslo. Množina A se nazývá definiční obor funkce; označujeme ho D_f, D_g, atd. podle názvu funkce.

<u>Příklad 1:</u> Předpis, který každému prvku intervalu $\langle -1; 2\rangle$ přiřazuje jeho ~~dvoj~~násobek, je příkladem funkce f na množině $A = \langle -1; 2\rangle$. Tuto funkci zapíšeme:

chyba

$$f: y = 2x,\ x \in \langle -1; 2\rangle$$ a čteme:

Funkce f je dána předpisem $y = 2x$, kde $x \in \langle -1; 2\rangle$

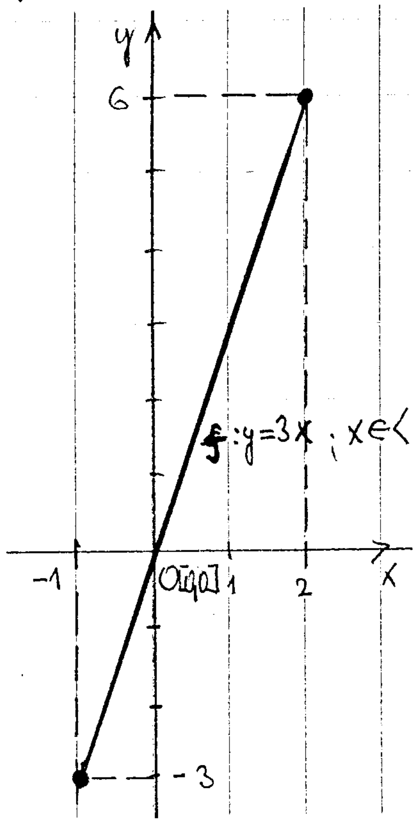
Např.: pro $x_0 = -0{,}5$ je $f(-0{,}5) = -1{,}5$

$-1{,}5$ je <u>hodnota funkce</u> (respektive <u>funkční hodnota</u>) funkce f v bodě $x_0 = -0{,}5$.

Množinu $A = \langle -1; 2\rangle$ nazýváme <u>definiční obor</u> funkce f, což zapíšeme $D_f = \langle -1; 2\rangle$

Množinu všech funkčních hodnot, které funkce f nabývá, se nazývá <u>obor hodnot funkce f</u>; označujeme ho H_f. V našem

V případě $H_f = \langle -3; 6\rangle$.



Grafem funkce f v kartézské soustavě souřadnic Oxy je množina všech bodů $X[x; f(x)]$, kde $x \in D_f$, $f(x) \in H_f$.

Poznámka: Je-li def. obor funkce množina všech reálných čísel R, můžeme tuto množinu nevyjadřovat. Například $y = 3x-2$, $x \in R$ lze napsat jen $y = 3x-2$.

Definiční obor funkce f musí být předem dán, nebo ho musíme určit.

Příklad 2: Určete D_f funkce $g: y = \dfrac{1}{x-3}$.

$D_f: x \in R - \{3\}$ nebo $D_f: x \in (-\infty; 3) \cup (3; +\infty)$

Příklad 3: Je dána funkce $f: y = \dfrac{1}{x^2-3x+2}$.

a) Zapište D_f jako sjednocení intervalů.

b) Najděte hodnoty funkce v bodech 4, 2, −5.

c) Rozhodněte, zda číslo $5 \in H_f$.

Řešení:

a) $x^2-3x+2 \neq 0$

$x^2-3x+2=0$

$x_{1,2} = \dfrac{3 \pm \sqrt{1}}{2} = \dfrac{3 \pm 1}{2} = \begin{cases} 2 \\ 1 \end{cases}$

$y = \dfrac{1}{(x-1)\cdot(x-2)} \quad (x \neq 1; 2)$

$D_f = (-\infty; 1) \cup (1; 2) \cup (2 + \infty)$

b) $f(4) = \dfrac{1}{16-12+2} = 6 \quad \ldots \boxed{f(4) = 6}$

$f(2) = \dfrac{1}{4-6+2} = \dfrac{1}{0} \Rightarrow$ v bodě $x=2$ není funkce definována, f. hodnota neexistuje.

$$f(-5) = \frac{1}{(-5)^2-3\cdot(-5)+2} = \frac{1}{25+15+2} = 42 \qquad \boxed{f(-5)=42}$$

c) Musíme vyzkoušet, zda rovnice

$$5 = \frac{1}{x^2-3x+2}$$ má řešení.

$$\frac{x^2-3x+2}{1} = \frac{1}{5}$$

$$x^2-3x+2 = 0{,}2$$

$$x^2-3x+1{,}8 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{3 \pm \sqrt{1{,}8}}{2} \quad x_1 = \frac{3+\sqrt{1{,}8}}{2}, \quad x_2 = \frac{3-\sqrt{1{,}8}}{2}$$

$$\Rightarrow \boxed{5 \in H_f}$$

Příklad 4: Zapište funkci, která vyjadřuje závislost

a) obsahu čtverce na délce jeho strany,

b) objemu krychle na délce jeho hrany, povrchu na d. hrany,

c) obvodu kruhu na jeho poloměru,

d) obsahu kruhu na jeho poloměru,

Řešení: a) $S=a^2$, $a \in (0;\infty)$

b) $V=a^3$, $a\in(0;\infty)$, $S=6a^2$, $a\in(0,\infty)$

c) $o=2\pi r$, $r\in(0,\infty)$, d) $S=\pi r^2$ $r\in(0,\infty)$

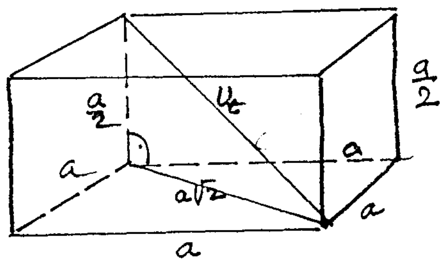
Příklad 5: Je dán kvádr se čtvercovou podstavou. Podstavná hrana má délku a, boční hrana délku 0,5 a. Zapište funkci, která vyjadřuje, jak na hodnotě a závisí

a) součet délek všech hran kvádru,

b) délka tělesové úhlopříčky u_t,

c) povrch kvádru S, d) objem kvádru V.

Řešení:



a) $s = 8a + 4\cdot\frac{a}{2} = 10a$ $\boxed{s=10a}$ $a\in(0,\infty)$

b) $u_t = \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2+(a\sqrt{2})^2} = \sqrt{\frac{a^2}{4}+2a^2} = \sqrt{\frac{a^2+8a^2}{4}} =$

$= \sqrt{\frac{9a^2}{4}} = \frac{3}{2}a = 1{,}5a$ $\boxed{u_t=1{,}5a}$ $a\in(0,\infty)$

c) $S = 2a^2 + 4 \cdot a \cdot \frac{a}{2} = 2a^2 + 2a^2 = 4a^2$ $\quad \boxed{S = 4a^2}$ $\quad a \in (0, \infty)$

d) $V = a^2 \cdot \frac{a}{2} = 0{,}5a^3$ $\quad \boxed{V = 0{,}5a^3}$ $\quad a \in (0, \infty)$

<u>Příklad 6</u>: Určete definiční obory funkcí:

a) $f: y = -3x^2 + x - 7$ $\quad .. \boxed{D_f = R}$

---

b) $g: y = \sqrt{3x - 7}$ $\quad \ldots$

$$\left.\begin{aligned} 3x - 7 &\geqq 0 \\ 3x &\geqq 7 \\ x &\geqq \tfrac{7}{3} \end{aligned}\right\} \boxed{D_g = \left\langle \tfrac{7}{3}, \infty \right)}$$

---

c) $h: y = \dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{1-2x}}$ $\quad \ldots$

$$\left.\begin{aligned} \sqrt{1-2x} > 0 \ &\wedge\ \sqrt{x} \geqq 0 \\ 1 - 2x > 0 \ &\wedge\ x \geqq 0 \\ 2x < 1 \ & \\ x < \tfrac{1}{2} \ &\wedge\ x \geqq 0 \end{aligned}\right\} \boxed{D_h: x \in \left\langle 0; \tfrac{1}{2} \right)}$$

Je možné též volit postup jako u př. g) - dole

---

d) $r: y = \frac{1}{x}$ $\quad \ldots \quad \underline{x \neq 0} \quad .. D_r = \underline{(-\infty, 0) \cup (0, +\infty)} \quad .. D_r: \underline{x \in R - \{0\}}$

tři možnosti zápisu D_r

---

e) $s: \dfrac{5-x}{3x-2}$ $\quad \ldots 3x - 2 \neq 0$ $\qquad D_s: \underline{x \in R - \left\{\tfrac{2}{3}\right\}}$

$3x \neq 2$

$x \neq \frac{2}{3}$ $\qquad \underline{x \in \left(-\infty, \tfrac{2}{3}\right) \cup \left(\tfrac{2}{3}, \infty\right)}$

---

f) $j: y = \dfrac{12x}{2x^2 + 3x - 14}$ $\quad \ldots \quad 2x^2 + 3x - 14 = 0 \quad |:2$

$x^2 + 1{,}5x - 7 = 0$

$$x_{1,2} = \frac{-1{,}5 \pm \sqrt{30{,}25}}{2} = \frac{-1{,}5 \pm 5{,}5}{2} = \begin{cases} 2 \\ -3{,}5 \end{cases}$$

$$y = \frac{12x}{(x-2) \cdot (x+3{,}5)}$$

$x \neq 2 \ \wedge\ x \neq -3{,}5$

$D_f: \underline{x \in (-\infty; -3{,}5) \cup (3{,}5; 2) \cup (2; +\infty)}$

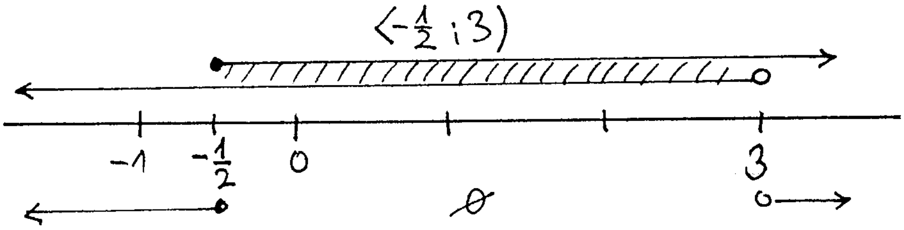
---

g) $k: y = \sqrt{\dfrac{2x+1}{3-x}}$

$$\frac{2x+1}{3-x} \geqq 0 \iff (2x+1 \geqq 0 \wedge 3 - x > 0) \vee (2x+1 \leqq 0 \wedge 3 - x < 0)$$

$$(2x \geqq -1 \ \wedge\ -x > -3) \vee (2x \leqq -1 \ \wedge\ -x < -3)$$

$$\left(x \geqq -\tfrac{1}{2} \ \wedge\ x < 3\right) \vee \left(x \leqq -\tfrac{1}{2} \ \wedge\ x > 3\right)$$



$\boxed{D_k = \langle -\frac{1}{2}; 3)}$

---

h) l: $y = \dfrac{1}{\sqrt{|x| + x}}$

$|x| + x > 0$

$x + x > 0$ | $-x + x > 0$
$2x > 0$ | $0 > 0$
$x > 0$ | $\emptyset$

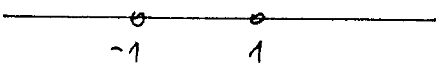
$\boxed{D_l = (0, \infty)}$

---

i) m: $y = \dfrac{1}{|x| - 1}$

$|x| - 1 \neq 0$

$x - 1 \neq 0$ | $-x - 1 \neq 0$
$x \neq 1$ | $-x \neq 1$
 | $x \neq -1$



$D_f: (-\infty; -1) \cup (-1; 1) \cup (1; +\infty)$

---

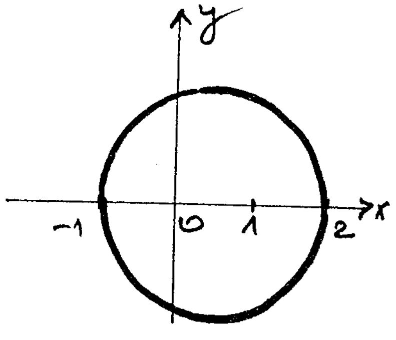
j) n: $y = \dfrac{2}{x^2 - 1}$

$y = \dfrac{2}{(x+1)\cdot(x-1)}$

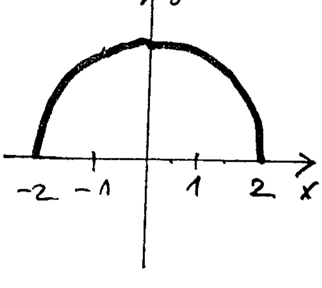
$\to x \neq \pm 1$

$D_n: (-\infty; -1) \cup (-1; 1) \cup (1; +\infty)$

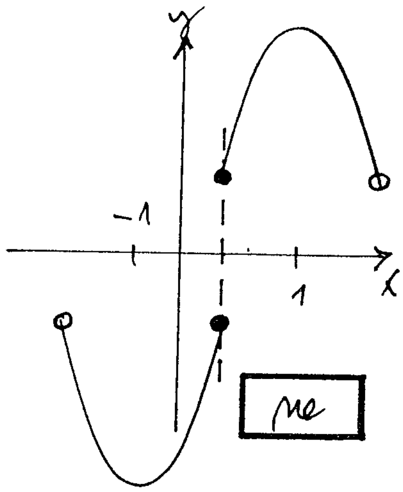
Příklad 7: Které z množin bodů na obrázcích v soustavě souřadnic Oxy představují grafy funkcí:



ne



ano



ne

Příklad 8: Rozhodněte, zda daný předpis určuje funkci na množině R, je-li

a) $y^2=4x$, $x\in R$ b) $y=|x|$, $x\in R$ c) $|y|=x$, $x\in R$

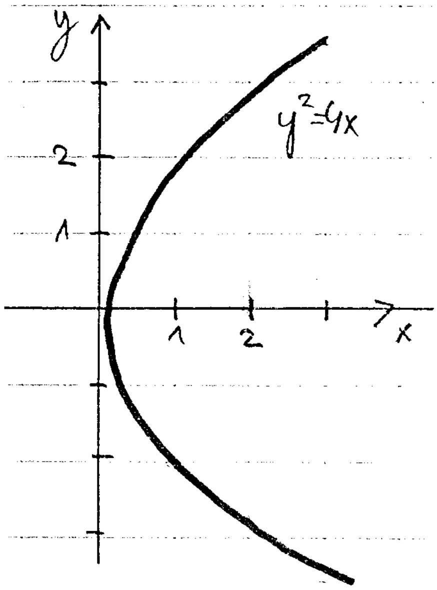
Řešení: a)

$y^2=4x$

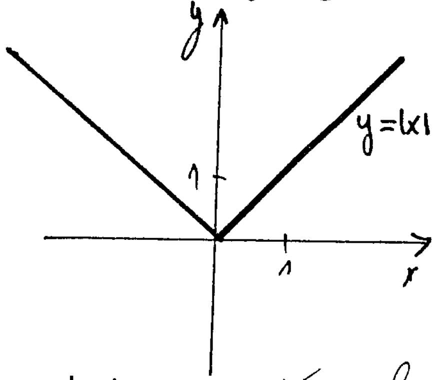
$y=\pm\sqrt{4x}$, $D_f=\langle 0,+\infty)$

$y=\pm 2\sqrt{x}$

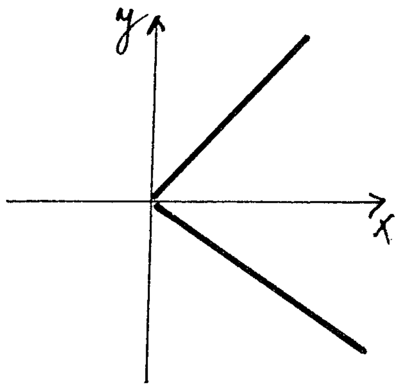
neurčuje funkci.



b) $y=|x|$ určuje funkci



c) $|y|=x$ neurčuje funkci



např. pro $x=2$ je $y=\pm 2$

Příklad 9: Určete D_f a H_f funkce $y=\left|\frac{3x-2}{2x+5}\right|$.

Pro $3x-2\geq 0 \wedge 2x+5>0$ je $y=\frac{3x-2}{2x+5} \Rightarrow 2x+5\neq 0$

$x\neq -\frac{5}{2}$

Pro $3x-2\geq 0 \wedge 2x+5<0$ je $y=\frac{3x-2}{-2x-5} \Rightarrow -2x-5\neq 0$

$x\neq -\frac{5}{2}$

Pro $3x-2\leq 0 \wedge 2x+5>0$ je $y=\frac{-3x+2}{2x+5} \Rightarrow x\neq -\frac{5}{2}$

$D_f = R-\{-\frac{5}{2}\}$, $H_f=\langle 0,+\infty)$, neboť abs. hodnota je vždy kladná.

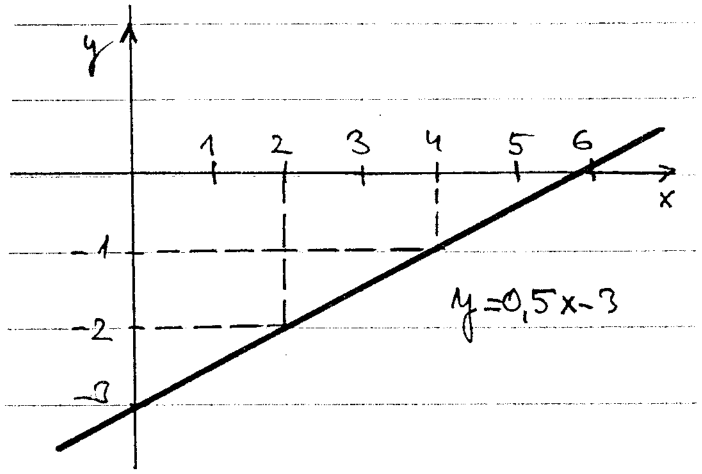
Vlastnosti funkcí

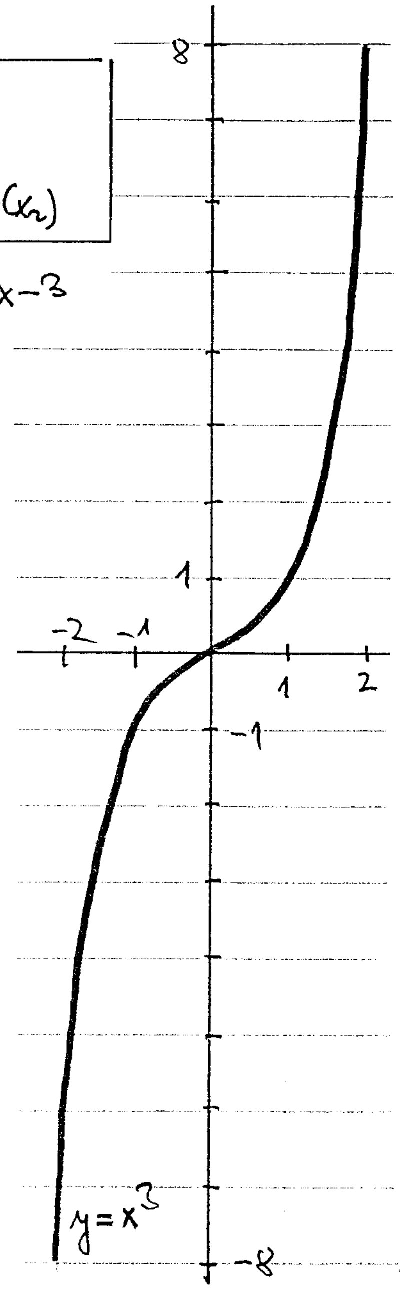
Definice: Funkce f se nazývá **prostá** $\Leftrightarrow$

$$\forall x_1, x_2 \in D_f : \; x_1 \neq x_2 \Rightarrow f(x_1) \neq f(x_2)$$

Příklad 10: Příklady prostých funkcí: $y = 0{,}5x - 3$

$y = x^3$





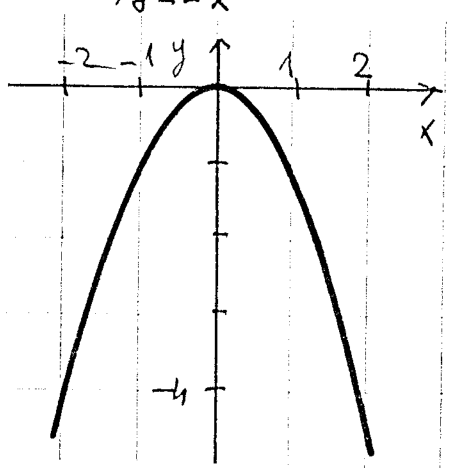
např. pro $x_1 = 2$ je $f(x_1) = -2$

pro $x_2 = 4$ je $f(x_2) = 1$

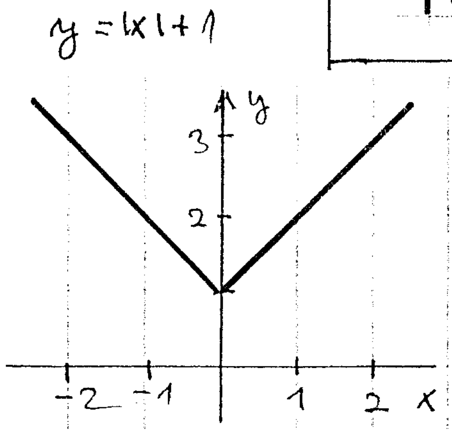
$x_1 \neq x_2 \Rightarrow f(x_1) \neq f(x_2)$

Příklad 11: Příklady funkcí, které nejsou prosté:

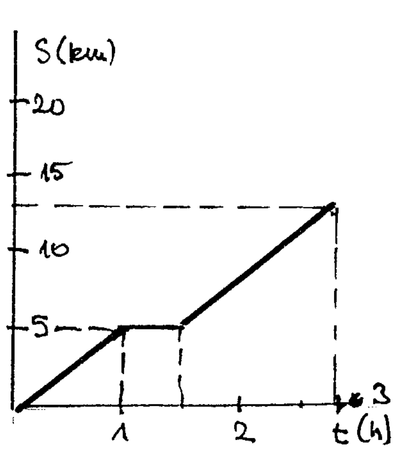
$y = -x^2$



$y = |x| + 1$



Chodec šel rychlostí $5 \frac{km}{h}$ ($5 \, km \, h^{-1}$). Po jedné hodině chůze $\frac{1}{2}$ h odpočíval. Pak pokračoval ještě 1,5 h stejnou rychlostí. Kolik km ušel? Nakreslete graf a rozhodněte, zda je tato funkce prostá.



$s = 5 \cdot 2{,}5 = 12{,}5$; chodec ušel 12,5 km. Funkce není prostá.

Definice 1: Funkce f se nazývá sudá, právě když zároveň platí:

1. $\forall x \in D_f$ je $-x \in D_f$
2. $\forall x \in D_f$ je $f(-x) = f(x)$

Z definice 1 plyne, že graf sudé funkce je souměrný podle osy y.

Definice 2: Funkce f se nazývá lichá, právě když zároveň platí:

1. $\forall x \in D_f$ je $-x \in D_f$
2. $\forall x \in D_f$ je $f(-x) = -f(x)$

Z definice 2 plyne, že graf liché funkce je souměrný podle počátku soustavy souřadnic Oxy.

Příklad 12: Zjistěte, které z následujících funkcí jsou sudé a které liché.

a) $f: y = 2x,\ x \in (-4;5\rangle$ b) $g: y = 2x,\ x \in R$

c) $h: y = \dfrac{x}{\sqrt{x^2}}$ d) $i: y = -1 + |x|$

e) $j: y = \dfrac{x^3 + 2x}{|x|}$ f) $k: y = \dfrac{2x^2}{|x| + x^2}$

Řešení:

a) $f: y = 1{,}2x,\ x \in (-4;5\rangle$. Ve smyslu definice 1 i definice 2 nejsou splněny 1. podmínky: $5 \in D_f$, ale $-5 \notin D_f \Rightarrow$ Funkce f není ani sudá, ani lichá (viz graf na obr. 9).

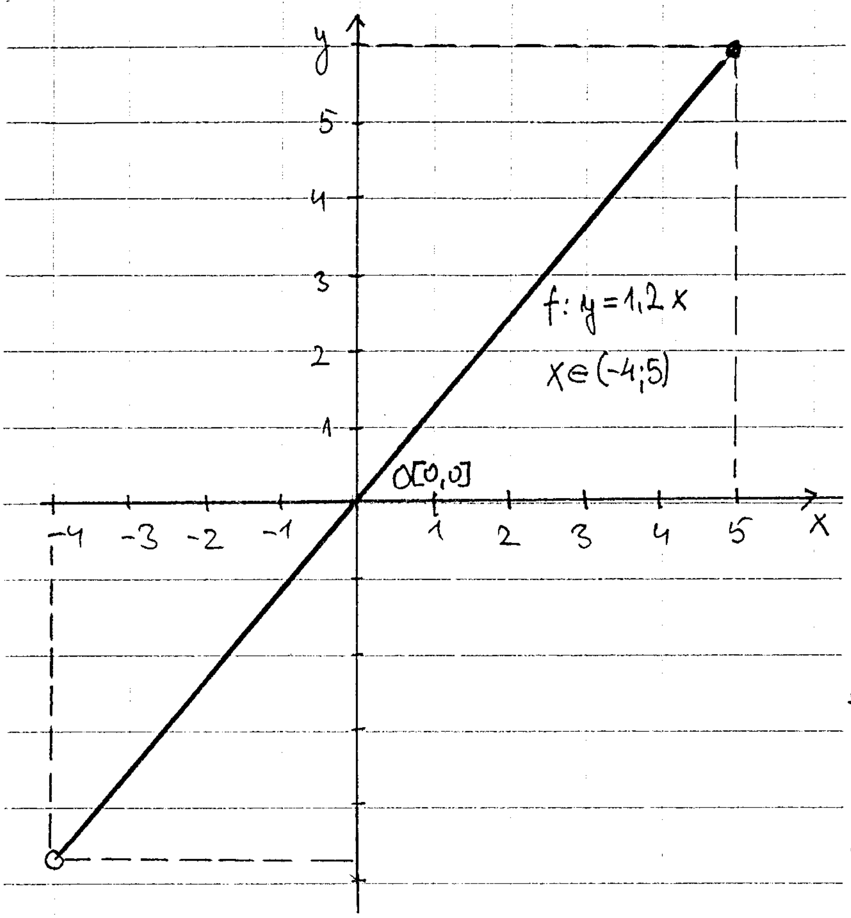
b) Funkce $g: y = 2x,\ x \in R$ splňuje obě podmínky definice 2. Tato funkce je lichá, její graf na obr. 9 je souměrný podle počátku $O[0;0]$ soustavy souřadnic.

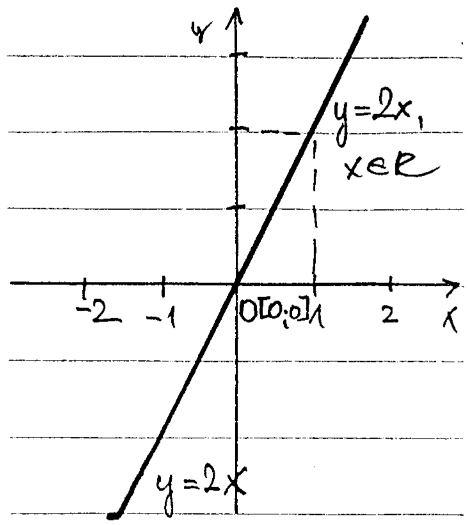
c) $h: y = \dfrac{x}{\sqrt{x^2}} \Leftrightarrow y = \dfrac{x}{|x|}$ ... neboť platí: $\dfrac{x}{\sqrt{x^2}} = \dfrac{x}{\sqrt{(x)^2}} = \dfrac{x}{|x|}$

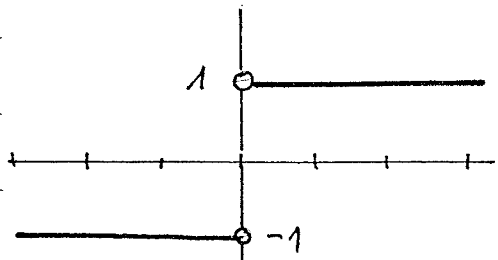
x	−2	−1	0	1	2
y	−1	−1	−	1	1

$\dfrac{x}{|x|} = \dfrac{-2}{|-2|} = \dfrac{-2}{2} = -1 \ \ldots\ \dfrac{-1}{|-1|} = \dfrac{-1}{1} = -1$ $D_f = R - \{0\},\ H_f = \{1;-1\}$

Funkce $y = \dfrac{x}{\sqrt{x^2}}$ je lichá (graf je souměrný podle $O[0;0]$).







$D_f = R - \{0\}$

$H_f = \{1, -1\}$

$y = \frac{x}{\sqrt{x^2}}$

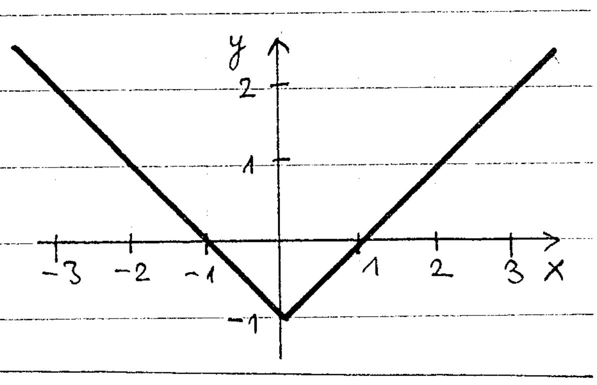
d) $y = -1+|x|$ Dokažme, že $f(-x) = f(x)$

$y = |x|-1$ $f(x) = |x|-1$

$f(-x) = |-x|-1 = |x|-1,$

čili $f(x) = f(-x)$

Funkce $y = -1+|x|$ je sudá.



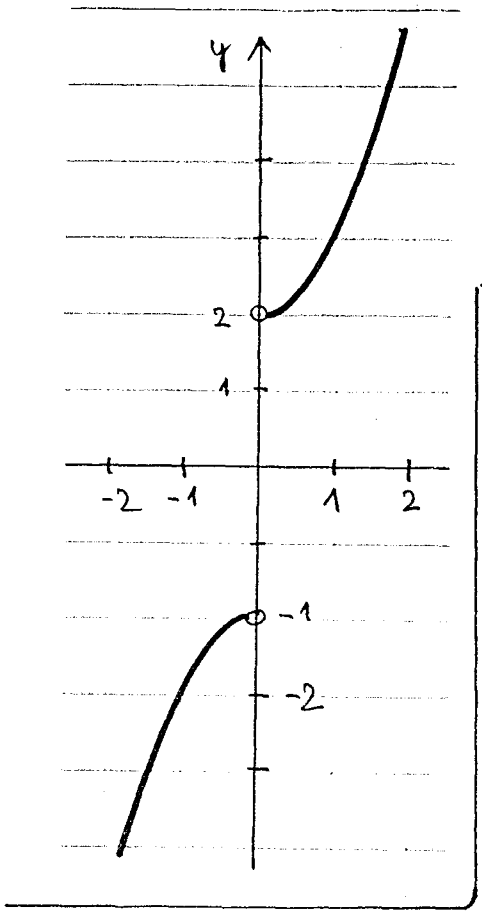
e) f: $y = \frac{x^3+2x}{|x|}$ Zjistíme, zda $f(-x) = -f(x)$

$f(x) = \frac{x^3+2x}{|x|}$ ... $f(-x) = \frac{(-x)^3+2(-x)}{|-x|} = \frac{-x^3-2x}{|x|} = -\underbrace{\frac{x^3+2x}{|x|}}_{f(x)}$

Platí tedy, že $f(-x) = -f(x)$

Je-li $x>0$, pak $y = \frac{x^3+2x}{x} = \frac{x^3}{x} + \frac{2x}{x} = x^2+2$, což je „kladná" část paraboly $y = x^2$ posunuté o 2 jednotky ve směru kladné poloosy y.

Je-li $x<0$, pak



$$y = -\frac{x^3+2x}{|x|} = -\frac{x^3+2x}{x} = -\left(\frac{x^3}{x}+\frac{2x}{x}\right) =$$
$$= -(x^2+2) = -x^2-2$$ (viz graf).

Funkce g. je **lichá**. Rozliš $x \geq 0$, $x < 0$

f) $y = \dfrac{2x^2}{|x|+x^2}$ Funkce je definována pro $x \in R - \{0\}$.

Položme si otázku, zda je sudá, nebo lichá. Je-li sudá, musí platit podmínky definice 1.

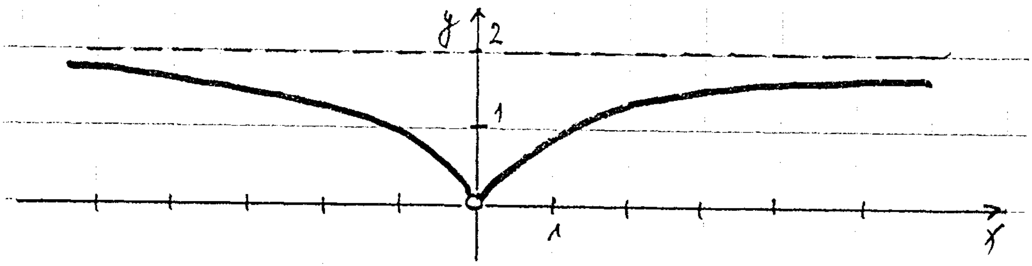
Podmínka 1 platí.

2 ?

$$f(-x) = \frac{2\cdot(-x)^2}{|-x|+(-x)^2} = \underbrace{\frac{2x^2}{|x|+x^2}}, \quad f(x) = \underbrace{\frac{2x^2}{|x|+x^2}}$$

$=$

$$f(-x) = f(x)$$



$D_f = R - \{0\}$

$H_f = (0;2)$

x	$\pm 0{,}5$	± 1	$\pm 1{,}5$	± 2	$\pm 2{,}5$	± 3
y	$0{,}5$	1	$1{,}2$	$1{,}3$	$1{,}4$	$1{,}5$

$$\lim_{x\to\infty} \frac{2x^2}{|x|+x^2} = \lim_{x\to\infty} \frac{\frac{2x^2}{x^2}}{\frac{x}{x^2}+\frac{x^2}{x^2}} \overset{\lim}{=} \frac{2}{\frac{1}{x}+1} = \frac{2}{0+1} = 2$$

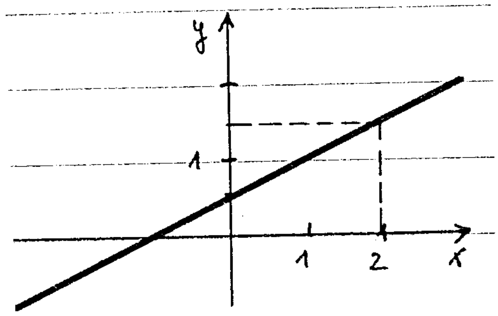
Funkce k je **sudá**.

Definice 3: Funkce f se nazývá **rostoucí** v intervalu M ($M \subset D_f$), právě když pro každé dva prvky $x_1, x_2 \in M$ platí: Je-li $x_1 < x_2$, pak $f(x_1) < f(x_2)$.

Definice 4: Funkce f se nazývá klesající v intervalu M $(M \subset D_f)$, právě když pro každé dva prvky $x_1, x_2 \in M$ platí: Je-li $x_1 < x_2$, pak $f(x_1) > f(x_2)$.

Příklad 13: Rozhodněte, které z následujících funkcí jsou rostoucí a které klesající a ve kterých intervalech:

a) $y = 0{,}5x + 0{,}5$, $x \in R$

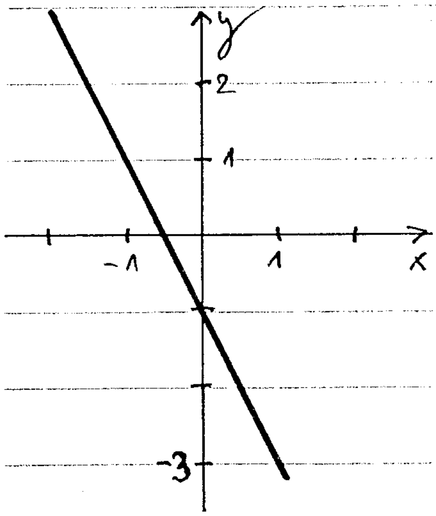


Předpokládejme, že $\forall x_1, x_2 \in D_f$ platí:

$$x_1 < x_2 \quad | \cdot 0{,}5$$
$$0{,}5x_1 < 0{,}5x_2 \quad | +0{,}5$$
$$\underbrace{0{,}5x_1 + 0{,}5}_{f(x_1)} < \underbrace{0{,}5x_2 + 0{,}5}_{f(x_2)}$$

Protože poslední nerovnice platí, tak podle definice 3 je daná funkce rostoucí v R.

b) $y = -2x - 1$, $x \in D_f$



Opět předpokládejme, že $\forall x_1, x_2 \in D_f$ platí:

$$x_1 < x_2 \quad | \cdot (-2)$$
$$-2x_1 > -2x_2 \quad | -1$$
$$\underbrace{-2x_1 - 1}_{f(x_1)} > \underbrace{-2x_2 - 1}_{f(x_2)}$$

Protože poslední nerovnice platí, tak podle definice 4 je daná funkce klesající v R.

c) $y = \frac{1}{2}x^2 \wedge$ nechť $x \in (-\infty; 0\rangle$

Je-li $x_1 < x_2$, např. $\underbrace{x_1 = -2,\ x_2 = -1}$

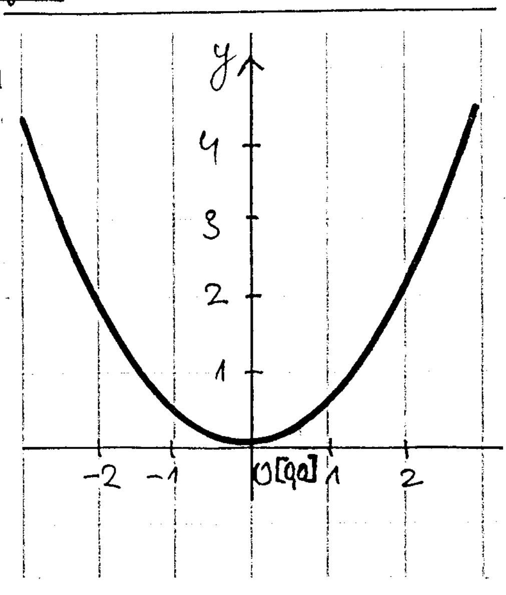
Vyjdeme z toho, že

$|x_1| > |x_2|$, umocněme

$|x_1|^2 > |x_2|^2$

$\underbrace{x_1^2}_{f(x_1)} > \underbrace{x_2^2}_{f(x_2)}$

Podle definice 4 je funkce $y = \frac{1}{2}x^2$ v intervalu $(-\infty, 0\rangle$ klesající.



2) nechť $x \in \langle 0; \infty)$

je-li např. $x_1 < x_2$, např. $x_1 = 2$, $x_2 = 4$.

$|x_1| < |x_2|$ $\quad |2| = 2, |4| = 4$

$|x_1|^2 < |x_2|^2$

$\underbrace{x_1^2 < x_2^2}_{f(x_1) < f(x_2)}$ V intervalu $\langle 0; \infty)$ je funkce $y = \frac{1}{2}x^2$ rostoucí.

Věta: Každá funkce, která je rostoucí, nebo klesající, je prostá.

d) $y = 4$ není ani rostoucí ani klesající

Definice 5: Funkce f se nazývá

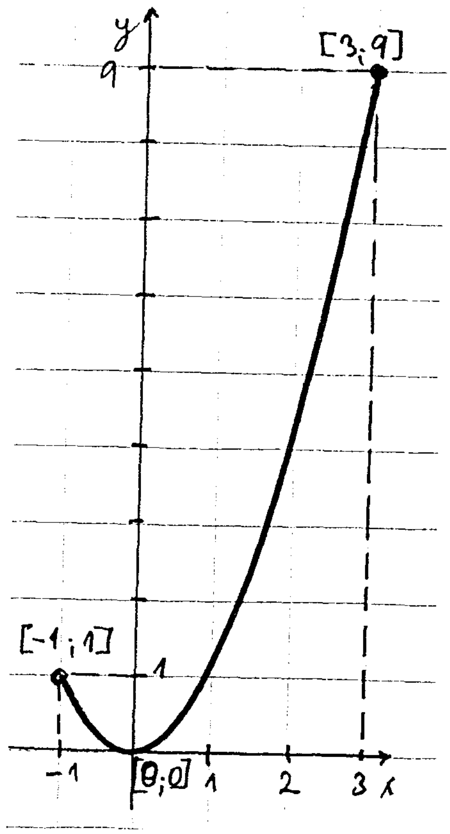
a) **zdola omezená** v množině M, právě když existuje takové číslo d, že pro všechna $x \in M$ je $f(x) \geqq d$,

b) **shora omezená** v množině M, právě když existuje takové číslo h, že pro všechna $x \in M$ je $f(x) \leqq h$.

c) **omezená** v množině M, právě když je v množině zdola omezená číslem d a shora omezená číslem h.

Příklad 14: Posuďte funkci $f: y = x^2$ v $D_f = \langle -1; 3\rangle$ z hlediska definice 5.

Tato funkce je zdola omezená číslem $d = 0$ a shora omezená číslem $h = 9$. Ve smyslu definice 5 je omezená v množině $M = D_f = \langle -1; 3\rangle$.



Příklad 15: $f: y = \sin x$, $x \in R$

Tato funkce je zdola omezená číslem $d = -1$, shora omezená číslem $h = 1$.

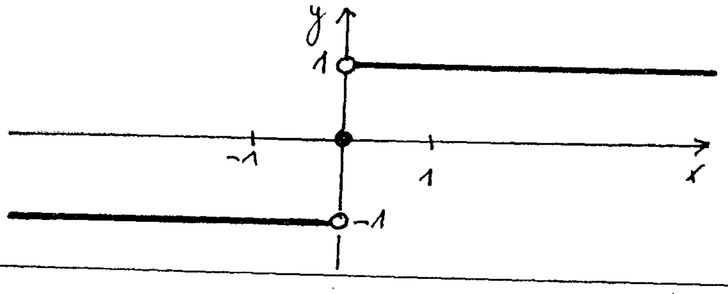
Příklad 16: $f: y = -x^2$

Tato funkce je shora omezená číslem $h = 0$, zdola omezená není.

Příklad 17: $y = \frac{2x^2}{|x| + x^2}$ (viz sk. 10): $h = 2$, $d = 0$

Příklad 18: Funkce $\operatorname{sgn} x$ (signum x) je definována:

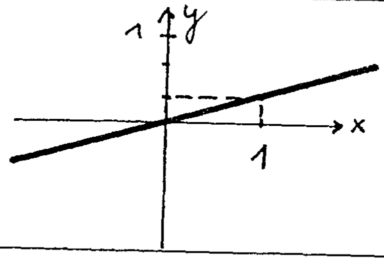
$\operatorname{sgn} x = 1$ pro $x > 0$, $\operatorname{sgn} 0 = 0$, $\operatorname{sgn} x = -1$ pro $x < 0$.



$h = 1$

$d = -1$

Příklad 19: $y = \frac{1}{3}x$, $x \in R$



Tato funkce není omezená ani shora ani zdola.

Definice: Funkce $y = f(x)$, $x \in M$, $y \in N$

$y = \varphi(x)$, $x \in N$, $y \in M$,

kde předpisy f a φ jsou navzájem inverzní („opačné"), se nazývají navzájem inverzní funkce. (f a f^{-1}).

Grafy těchto funkcí jsou souměrně sdružené podle přímky $y = x$ (osy I. a III. kvadrantu soustavy souřadnic).

Příklad 20: Najděte inverzní funkci k dané funkci a sestrojte graf obou funkcí.

a) $f: y = 2x - 3$

Řešení: Zaměníme proměnné:

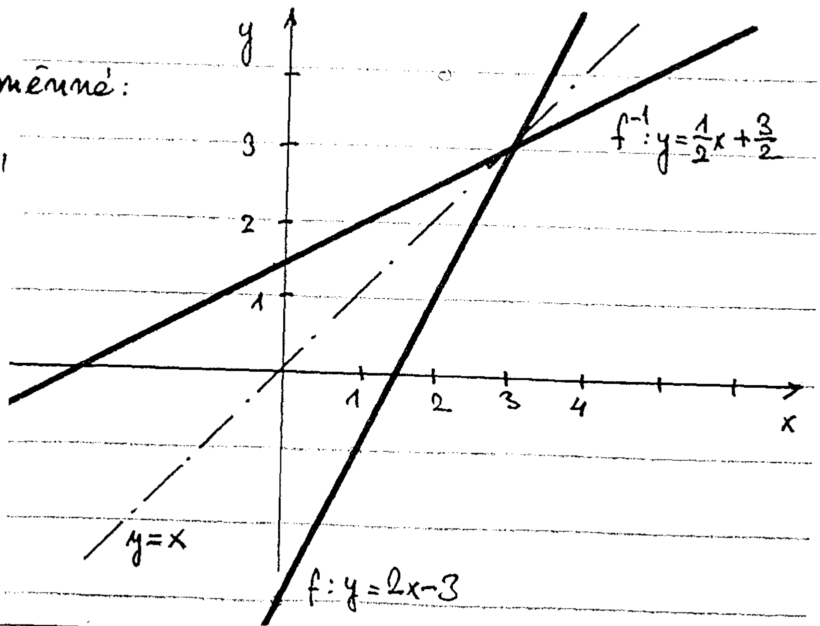
$f: y = 2x - 3$

$f^{-1}: x = 2y - 3$

$2y = x + 3 \quad |:2$

$y = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$

Funkce $y = 2x - 3$ a $y = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$ jsou navzájem inverzní funkce



b) $f: y = \sqrt{x+1}$, $D_f = \langle -1, +\infty)$, $H_f = \langle 0, +\infty)$

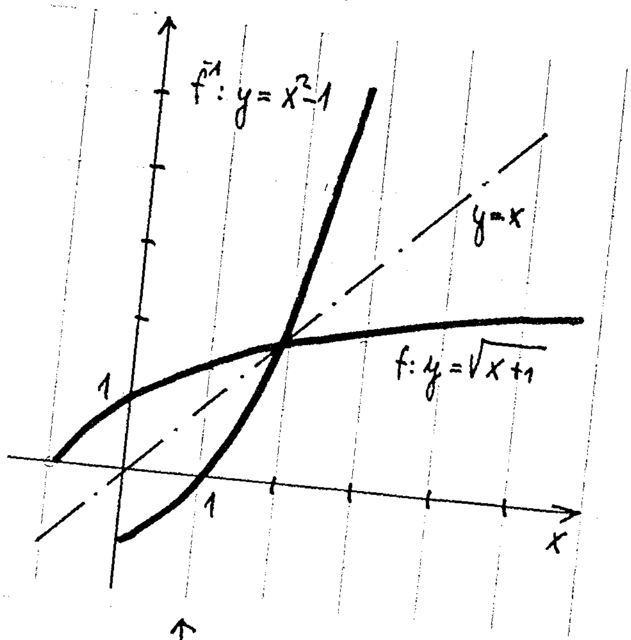
$f^{-1}: x = \sqrt{y+1}$

$x^2 = y + 1$

$y = x^2 - 1$, $D_f = \langle 0; +\infty)$

$H_f = \langle -1, +\infty)$

Všimněme si, že D_f funkce f je H_f funkce f^{-1} a H_f funkce f je D_f funkce f^{-1}.



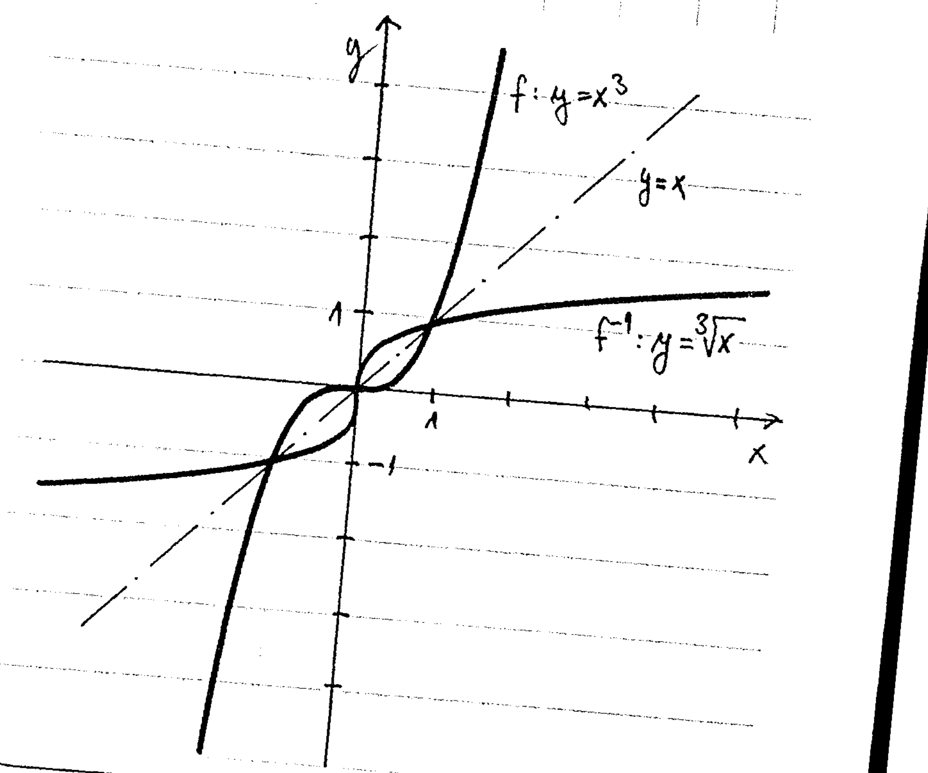
c) $f: y = x^3$, $D_f = R$, $H_f = R$

$f^{-1}: x = y^3$

$y^3 = x$

$\sqrt[3]{y^3} = \sqrt[3]{x}$

$y = \sqrt[3]{x}$, $D_f = R$, $H_f = R$



Další učivo o funkcích je v maturitních otázkách, které jsou uvedeny na str. 1 tohoto textu.