4.2 Rotační válec

(1) V rotačním válci je dáno:

a) $r = 8{,}6\,cm$, $v = 15{,}9\,cm$; vypočítejte S, V,

b) $V = 498\,cm^3$, $r = 8{,}5\,cm$; vypočítejte S,

c) $V = 120\,cm^3$, $v = 6{,}4\,cm$; vypočítejte r, S.

Řešení a)

$V = \pi r^2 v$

$V = \pi \cdot 8{,}6^2 \cdot 15{,}9$

$\boxed{V = 3694{,}399863\ cm^3}$

$S = 2\pi r(r+v)$

$S = 2\pi \cdot 8{,}6 \cdot (8{,}6 + 15{,}9)$

$\boxed{S = 1323{,}867144\ cm^2}$

Řešení b)

$V = \pi r^2 v$

$v = \dfrac{V}{\pi r^2}$

$v = \dfrac{498}{\pi \cdot 8{,}5^2}$

$\rightarrow v \doteq 2{,}194$

$S = 2\pi r(r+v)$

$S = 2\pi \cdot 8{,}5 \cdot (8{,}5 + 2{,}194)$

$\boxed{S \doteq 571{,}135\ cm^2}$

Řešení c)

$V = \pi r^2 v$

$r^2 = \dfrac{V}{\pi v}$

$r = \sqrt{\dfrac{V}{\pi v}}$

$\rightarrow r = \sqrt{\dfrac{120}{\pi \cdot 6{,}4}}$

$\boxed{r \doteq 2{,}433}$

$S = 2\pi r(r+v)$

$S = 2\pi \cdot 2{,}433 \cdot (2{,}433 + 6{,}4)$

$\boxed{S = 135{,}0299814\ cm^2}$

---

(2) Válcová cisterna délky 6 m pojme až $35\,m^3$ oleje. Jaký je její vnitřní průměr

$V = \pi r^2 v$

$r^2 = \dfrac{V}{\pi v}$

$r = \sqrt{\dfrac{V}{\pi v}}$

$2r = d = 2 \cdot \sqrt{\dfrac{V}{\pi v}} = 2 \cdot \sqrt{\dfrac{35}{\pi \cdot 6}} = 2{,}7253$

$\boxed{d = 2{,}7253\ m}$

---

3) Obvod podstavy rotačního válce je stejně velký jako jeho výška. Jaký je povrch válce, když jeho objem je 250 dm^3?

$o = 2\pi r$, $v = 2\pi r$

$V = \pi r^2 v$

$V = \pi r^2 \cdot 2\pi r$

$V = 2 \cdot \pi^2 \cdot r^3$

$r^3 = \dfrac{V}{2\pi^2}$

$r = \sqrt[3]{\dfrac{V}{2\pi^2}}$

$r \doteq 2{,}33$

$S = 2\pi r(r + v)$

$S = 2\pi \cdot 2{,}33 \cdot (2{,}33 + \quad)$

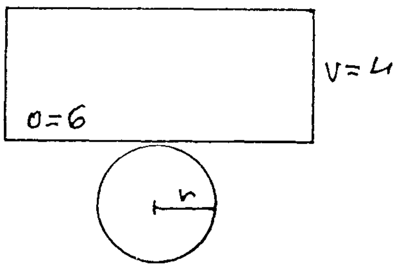
$v = 2\pi r$

$v = 2\pi \cdot 2{,}33$

$v = 14{,}639\,821\,197$

$\boxed{S \doteq 248{,}435\ dm^2}$

4) Z obdélníku o rozměrech 6 cm a 4 cm jsme svinuli plášť rotačního válce o výšce 4 cm. Určete objem válce.



$2\pi r = 6$

$r = \dfrac{6}{2\pi}$

$r \doteq 0{,}954\,929\,658$

$V = \pi r^2 v$

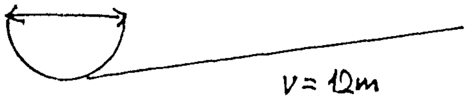
$V = \pi \cdot 0{,}954\ldots^2 \cdot 4$

$\boxed{V = 11{,}459\ cm^3}$

5) Kolik m^2 plechu je potřeba k výrobě okapové roury tvaru polováleče dlouhé 12 m a široké 18 cm, počítá-li se navíc na zahnutí asi 6 %?

Poznámka: nejde o rouru, ale o okapový žlab, nejde o zahnutí, ale o ohyby a spoje u čela.

$d = 18\,cm = 0{,}18\,m$, $= 0{,}09\,m$



Je to polovina pláště válce.

$S_{pl} = o \cdot v$

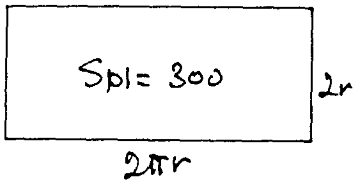
$\underbrace{\tfrac{1}{2} S_{pl}}_{} = \dfrac{2\pi r v}{2}$

$Q = \pi r v$

$106\%\ Q = 1{,}06 \cdot \pi \cdot 0{,}09 \cdot 12 \doteq 3{,}596\,495\,27\ (m^2)$

$\boxed{\text{asi } 3{,}6\ m^2}$

(6) Obsah pláště válce je 300 cm², jeho výška se rovná průměru podstavy. Určete povrch válce.



$S_{pl} = 2\pi r \cdot 2r$

$S_{pl} = 4\pi r^2$

$r^2 = \frac{S_{pl}}{4\pi}$

$r = \sqrt{\frac{300}{4\pi}}$

$r \doteq 4{,}866025119$

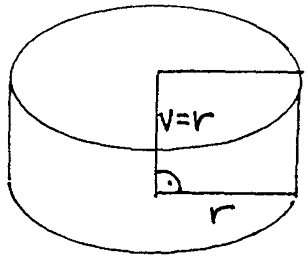
$S = 2\pi r^2 + S_{pl}$

$S = 2\pi \cdot 4{,}866025119^2 + 300$

$\boxed{S = 450\ cm^2}$

---

(7) Povrch válce je 1000 cm². Výška se rovná poloměru podstavy. Vypočítejte jí.



$S = 2S_p + S_{pl}$

$S = 2\pi r^2 + 2\pi r \cdot r$

$S = 2\pi r^2 + 2\pi r^2$

$S = 4\pi r^2$

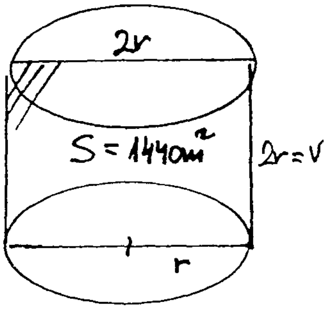
$r^2 = \frac{S}{4\pi}$

$r = \sqrt{\frac{S}{4\pi}} = \sqrt{\frac{1000}{4\pi}}$

$r = \boxed{v \doteq 8{,}92\ cm}$

---

(8) Osovým řezem válce je čtverec o obsahu 144 cm². Určete objem a povrch válce.



$(2r)^2 = 144$

$4r^2 = 144$

$r^2 = 36$

$r = 6$

$V = \pi r^2 v$

$V = \pi r^2 \cdot 2r$

$V = 2\pi r^3$

$V = 2\pi \cdot 6^3$

$\boxed{V \doteq 1357{,}168\ cm^3}$

$S = 2\pi r(r+v)$

$S = 2\pi r(r+2r)$

$S = 2\pi r \cdot 3r$

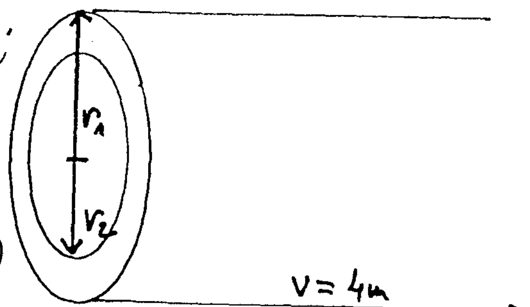
$S = 6\pi r^2$

$S = 6\pi \cdot 6^2$

$\boxed{S \doteq 678{,}584\ cm^2}$

---

(9) Určete hmotnost 4 m dlouhé železné roury, jejíž vnější průměr je 60 mm a vnitřní průměr 48 mm. Hustota železa (spíše oceli) je 7800 kg/m³.



$r_1 = 3\,cm = 0{,}03\,m$; $r_2 = 2{,}4\,cm = 0{,}024\,m$

$V = \pi r_1^2 v - \pi r_2^2 v$ $\quad m = V \cdot \rho$

$V = \pi v (r_1^2 - r_2^2)$ $\quad m = \pi v (r_1^2 - r_2^2) \cdot \rho$

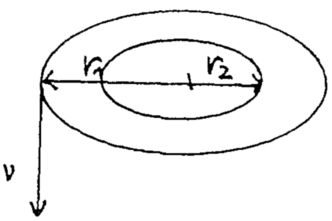
$m = \pi \cdot 4 \cdot (0{,}03^2 - 0{,}024^2) \cdot 7800$

$m = 0{,}004071504 \cdot 7800$

$\boxed{m \doteq 31{,}758\ kg}$

---

(10) Rotační válec byl provrtán podél osy tak, že jeho hmotnost byla poloviční. Vypočítejte tloušťku stěny takto vzniklého dutého válce.



Důležitá poznámka: Ve výsledcích sbírky je uvedeno, ~~že~~ : 0,414 r, kde r je poloměr vrtu; to je samozřejmě chybně, neboť tento výsledek nerespektuje vztah mezi poloměrem dutého válce a poloměrem vrtu.

Označme r_1 poloměr daného válce a r_2 poloměr vrtu. Platí, že hmotnost válce je závislá na jeho objemu. Proto stačí abychom se soustředili jen na objemy V_1 a V_2. Platí, že objem V_0 vyvrtaného otvoru se rovná $\frac{1}{2}$ objemu celého válce V_c.

$V_c = \pi r_1^2 v$, $V_0 = \pi r_2^2 v$

$V_0 = \frac{1}{2} V_c$

$\pi r_2^2 v = \frac{1}{2} \pi r_1^2 v \quad | : \pi v$

$r_2^2 = \frac{1}{2} r_1^2 \quad | \cdot 2$

$2 r_2^2 = r_1^2$

$\frac{r_1^2}{r_2^2} = 2$

$\left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 = 2$

$\sqrt{\left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2} = \sqrt{2}$

$\frac{r_1}{r_2} = \sqrt{2}$

$\frac{r_1}{r_2} = \frac{\sqrt{2}}{1}$ $\quad$ nebo $\frac{r_2}{r_1} = \frac{1}{\sqrt{2}}$

$r_1 : r_2 = \sqrt{2} : 1$ $\quad$ $r_2 : r_1 = 1 : \sqrt{2}$

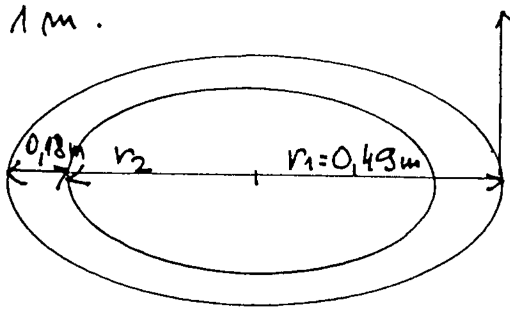
$\boxed{r_1 : r_2 \doteq 0{,}414 : 1}$ $\quad$ $\boxed{r_2 : r_1 \doteq 0{,}707}$

$r_2 = 0{,}707\, r_1$

Tloušťka stěny je

$\boxed{r_1 - r_2} = 1 r_1 - 0{,}707 r_1 \doteq \boxed{0{,}293\, r_1}$, kde r_1 je původní poloměr válce či poloměr původního válce. Zkratkou jsem to označil.

(11) Kolik betonu se spotřebovalo na výrobu skruže, která má menší průměr 98cm a tloušťku stěny 18cm. Výška skruže je 1 m.



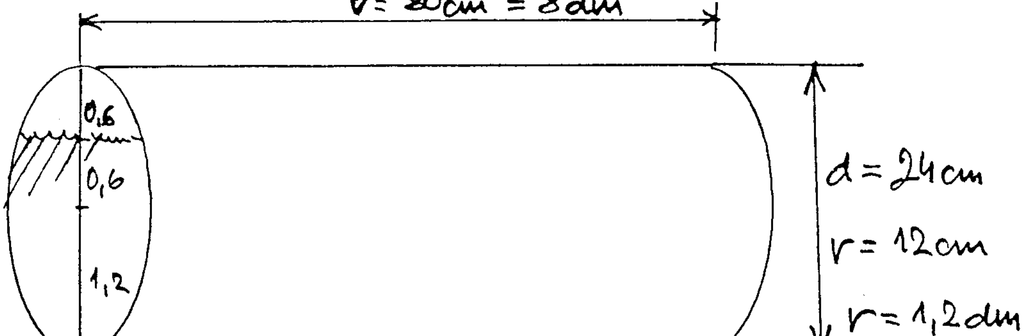
$v=1m$ $\quad r_2 = 0,49 - 0,18 = 0,31$

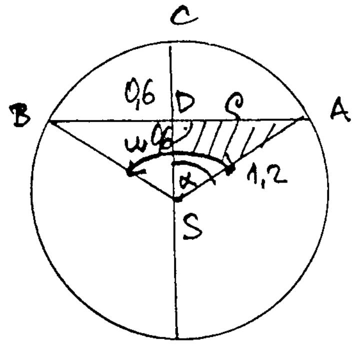
$V = \pi v(r_1^2 - r_2^2)$

$V = \pi \cdot 1 \cdot (0,49^2 - 0,31^2) \;..\; \boxed{V \doteq 0,452\,4\ m^3}$

---

* (12) Kolik litrů vody je ve vodorovné válcové nádrži, jejíž průměr je 24cm a délka 80cm, sahá-li voda při vodorovné poloze osy válce o $\frac{3}{4}$ průměru?





$|AD| = \rho = \sqrt{1,2^2 - 0,6^2}$

$\rho \doteq 1,03923 \quad , \; |AB| = 2\rho \doteq 2,07846$

$\underbrace{\text{Obsah kr. úseče}}_{S_Ú} = \underbrace{\text{obsah kr. výseče}}_{S_V} - \underbrace{\text{obsah } \triangle ABC}_{S_\triangle}$

$\cos\alpha = \frac{0,6}{1,2} \Rightarrow \alpha = 60°, \; \omega = 2\alpha = 120°$

$S_V = \frac{\pi r^2}{360} \cdot \omega$

$S_V = \frac{\pi \cdot 1,2^2}{360} \cdot 120$

$S_V = \frac{\pi \cdot 1,2^2}{3}$

$S_V = 1,507\,964\,474$

$S_\triangle = \frac{2\rho \cdot 0,6}{2}$

$S_\triangle = 0,6 \cdot 1,03923$

$S_\triangle = 0,623\,538$

$S_Ú = S_V - S_\triangle$

$S_Ú = 1,507\,964\,474 - 0,623\,538$

$S_Ú = 0,884\,426\,474$ a to je obsah podstavy části válce bez vody

Objem vody ... V

$V = \pi r^2 v - S_U \cdot v$

$V = v(\pi r^2 - S_U)$

$V = 8 \cdot (\pi \cdot 1{,}2^2 - 0{,}884\,426\,474)$

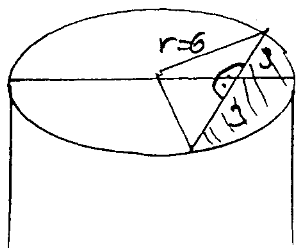
$\Rightarrow V = 29{,}115\,735\,58$

$\boxed{V_{vody} \doteq 29{,}12\ dm^3 (l)}$

---

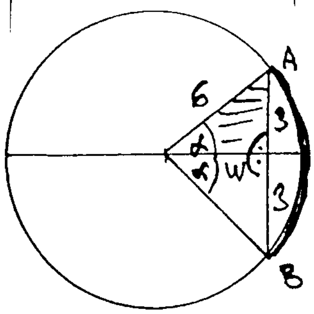
*(13) Válec o poloměru $r = 6cm$ a výšce $v = 14cm$ rozdělíme řezem rovnoběžným s osou válce tak, aby šířka řezu byla rovna poloměru. Vypočítejte objem takto vzniklých částí.

Určíme obsah kruhové úseče S_U.



$S_{úseč} = S_{kr.výseč} - S_\triangle$

$\sin\alpha = \frac{3}{6} \Rightarrow \alpha = 30°,\ 2\alpha = 60°$ je velikost ∠ středového úhlu výseče s obloukem AB



$S_{výseč} = S_V = \frac{\pi r^2}{360} \cdot 60°$

$S_V = \frac{\pi \cdot 36}{360} \cdot 60$

$S_V = 6\pi \ldots \boxed{S_V \doteq 18{,}849\,555\,92}$

$S_\triangle = \frac{6 \cdot w}{2} \quad \ldots \cos\alpha = \frac{w}{6}$

$S_\triangle = 3w \qquad w = 6 \cdot \cos 30° = 5{,}196\,152\,423$

$S_\triangle = 3 \cdot 5{,}196\,152\,423$

$S_\triangle = 15{,}588\,457\,27$

$S_{úseč} = S_V - S_\triangle$

$S_Ú = 18{,}849\,555\,92 - 15{,}588\,457\,27$

$S_Ú = 3{,}261\,098\,65$

V tělesa s podstavou úseče je V_1:

$V_1 = S_Ú \cdot v \ \ldots\ 3{,}261\,098\,65 \cdot 14 \ \ldots\ \boxed{V_1 = 45{,}655\ cm^3}$

V celého válce ... $V_c = \pi r^2 v$

$V_c = \pi \cdot 6^2 \cdot 14$

$V_c = 1583{,}362697$

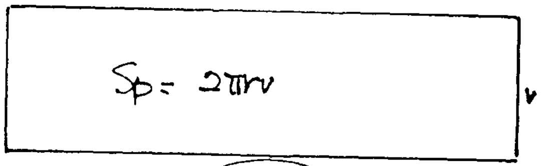
V_2 .. objem zbývající části [illegible]

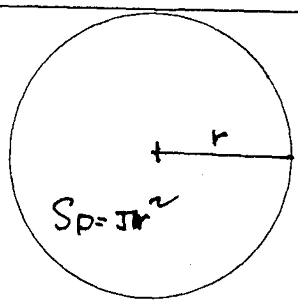
$V_2 = V_c - V_1$

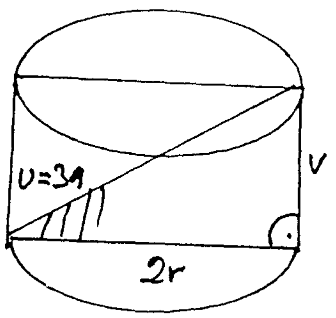
$V_2 = 1583{,}362697 - 45{,}655$

$\boxed{V_2 = 1537{,}708\ cm^3}$

* (14) Plášť rotačního válce se má k obsahu podstavy válce jako 5 : 3. Určete jeho objem, ~~pokud~~ má-li úhlopříčka osového řezu délku 39 cm.







$\frac{S_{pl}}{S_p} = \frac{5}{3}$

$\frac{2\pi r v}{\pi r^2} = \frac{5}{3} \quad | : \pi r$

$\frac{2v}{r} = \frac{5}{3}$

$6v = 5r$

$v = \frac{5}{6} r, \quad r = \frac{6}{5} v$

$V = \pi r^2 v$

$V = \pi \cdot 18^2 \cdot 15$

$\boxed{V = 4860\pi}$

$u^2 = v^2 + (2r)^2$

$39^2 = v^2 + 4r^2$

$1521 = v^2 + 4\left(\frac{6}{5}v\right)^2$

$1521 = v^2 + 4 \cdot \frac{36}{25} v^2$

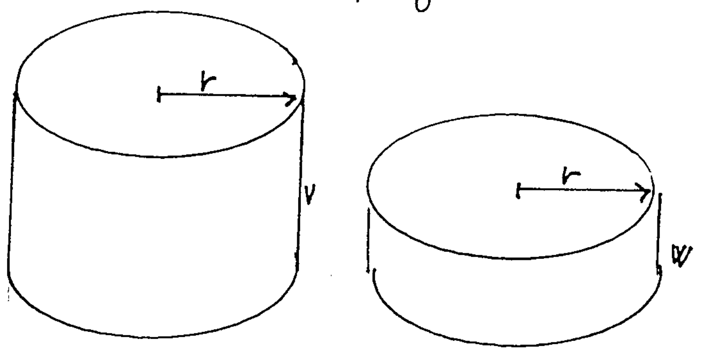
$1521 = \frac{169}{25} v^2$

$v^2 = 1521 \cdot \frac{25}{169}$

$v^2 = 225 \; ; \; v = 15,$

$r = \frac{6}{5} \cdot 15 \ldots r = 18$

* (15) Dva rotační válce mají shodné podstavy o poloměru r. Plášť jednoho z nich je roven povrchu druhého. Oč se liší jejich tělesové výšky?



$S_{pl} = 2\pi r v$ $\quad$ $S = 2\pi r^2 + 2\pi r w$

$$2\pi r v = 2\pi r^2 + 2\pi r w \quad |: 2\pi r$$

$$v = r + w$$

$$v - w = r$$

$\boxed{\text{Výšky se liší o } \underline{r}.}$

KONEC ČLÁNKU 4.2