

3.2 Součet pravděpodobností a pravděpodobnost opačného jevu

- ① V osudí je 5 bílých a 7 černých kuliček. Nylák máme náhodně 3 kuličky. Jaká je pravděpodobnost, že budou mít stejnou barvu?

Platí věta:

$$A \cap B = \emptyset \Rightarrow P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

Slouy: Pravděpodobnost sjednocení dvou neslučitelných jevů A, B je rovna součtu pravděpodobnosti jednotlivých jevů.

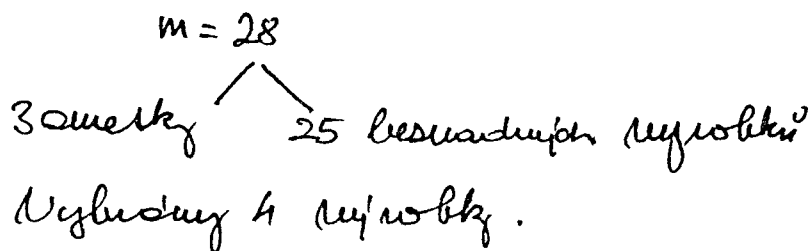
Rěšení pomocí příkladu: Nylákem kuličky, které by byly odvoeni bílé a černé je nemožno - neslučitelné, proto platí:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) = \frac{\binom{5}{3}}{\binom{12}{3}} + \frac{\binom{7}{3}}{\binom{12}{3}} = \frac{10}{220} + \frac{35}{220} = \frac{45}{220} =$$

$$= 0,204545454 = \boxed{0,2045}$$

- ② V sáru 28 vyrobku jsou 3 dmetky. Jaká je pravděpodobnost, že mezi 4 náhodně vybranými výrobky bude nejvýše 1 dmetek?

Pojem „nejvýše 1“ znamená, že mezi 4 vybranými výrobky bude 1 dmetek, nebo žádný dmetek.



1. možnosť: jev A_1

1 smetka
vybrán z 3 sm.
3 besov.
vybrány
z 25 vyf.

$$m(A_1) = \binom{3}{1} \cdot \binom{25}{3}$$

$$P(A_1) = \frac{\binom{3}{1} \cdot \binom{25}{3}}{\binom{28}{4}}$$

$$P(A_1) = \frac{3 \cdot 2300}{20475} = \frac{92}{273}$$

2. možnosť: jev A_2

0 smetka
vybráno z 3 sm.
4 besov.
vybrány z 25 v.

$$m(A_2) = \binom{3}{0} \cdot \binom{25}{4}$$

$$P(A_2) = \frac{\binom{3}{0} \cdot \binom{25}{4}}{\binom{28}{4}}$$

$$P(A_2) = \frac{1 \cdot 12650}{20475} = \frac{506}{819}$$

Podľa úlohy máme (1) platí:

$$P(A) = P(A_1) + P(A_2) = \frac{92}{273} + \frac{506}{819} = \frac{782}{819} = 0,954822295 =$$

$$= \boxed{0,9548} \dots 95,48\%$$

3) V sieti 45 vyfiek je 5 smetka. Vybereme náhodne 4 vyfiek. Aká je pravdepodobnosť, že medzi nimi budú najviac 3 smetky?

$m = 45$
5 smetka / 40 besovúch vyfiek
Vybrány 4 vyfiek

Pokiaľ "najviac 3" znamená, že medzi 4 vybranými vyfiekami budú 3, alebo 4 smetky.

1. možnosť : jev A_1

3 smetky 1 besu.
vyhrávanie vyhrávanie
z 5 smetkami z 40 besu.

$$m(A_1) = \binom{5}{3} \cdot \binom{40}{1}$$

$$p(A_1) = \frac{\binom{5}{3} \cdot \binom{40}{1}}{\binom{45}{4}}$$

$$p(A_1) = \frac{10 \cdot 40}{148995}$$

$$p(A_1) = \frac{80}{29799}$$

2. možnosť : jev A_2

4 smetky 0 besu.
vyhrávanie vyhrávanie
z 5 smetkami z 40 besuadnych v.

$$m(A_2) = \binom{5}{4} \cdot \binom{40}{0}$$

$$p(A_2) = \frac{\binom{5}{4} \cdot \binom{40}{0}}{\binom{45}{4}}$$

$$p(A_2) = \frac{5 \cdot 1}{148995}$$

$$p(A_2) = \frac{1}{29799}$$

$$P(A) = P(A_1) + P(A_2) = \frac{80}{29799} + \frac{1}{29799} = \frac{81}{29799} =$$

$$= 0,002718212.. = \boxed{0,00272} \quad 0,2\%$$

④ Aká je pravdepodobnosť, že pri hodu piäti hracmi kostkami padne suma 8, 10, alebo 12?

Tri riešenia použijeme metódou počtu z variantu 3.1 na sh. 7, 8 a 9.

$$P(A_8) = P(D) = \frac{7}{12} \quad P(A_{10}) = \frac{1}{8}$$

Na sh. 10 je vyhrávanie 25 usporiadaných trojíc.

$$P(A_{12}) = \frac{25}{216}$$

$$P(A) = P(A_8) + P(A_{10}) + P(A_{12}) = \frac{7}{12} + \frac{1}{8} + \frac{25}{216} = 0,337962963 =$$

$$= \boxed{0,338} \quad \dots 33,8\%$$

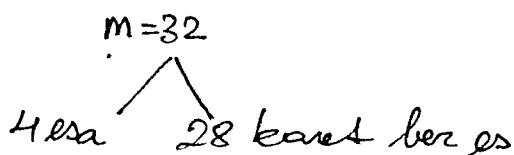
⑤ Aká je pravdepodobnosť, že na Sporťack vyhráji pri jednom vyhrávaní tiket dufou alebo niečím?

Tri riešenia použijeme metódou počtu z variantu 3.1 na sh. 5.

$$\begin{aligned}
 P(2) + P(3) &= \frac{\binom{6}{5} \cdot \binom{43}{1}}{\binom{49}{6}} + \frac{\binom{6}{4} \cdot \binom{43}{2}}{\binom{49}{6}} = \\
 &= \frac{6 \cdot 43}{13\,983\,816} + \frac{15 \cdot 903}{13\,983\,816} = \frac{13\,803}{13\,983\,816} = \\
 &= 9,870\,696\,239 \cdot 10^{-4} = \boxed{9,871 \cdot 10^{-4}}
 \end{aligned}$$

⑥ Při hře s 32 kartami jsou rozdány 6 karet. Jaka' je pravděpodobnost, že mezi nimi budou alespoň 2 esa?

"alespoň 2 esa" ... možná buď 2 esa, 3 esa, nebo 4 esa



1. možnost: jev A_1 : hybridně 2 esa

2 esa ze 4 es 4 karty bez es - hybridně z 28 karet

$$m(A_1) = \binom{4}{2} \cdot \binom{28}{4}$$

$$P(A_1) = \frac{\binom{4}{2} \cdot \binom{28}{4}}{\binom{32}{6}} = \frac{6 \cdot 20475}{906192} = \frac{122850}{906192} = \frac{975}{7192}$$

2. možnost: jev A_2 : hybridně 3 esa

3 esa ze 4 es 3 karty bez es - hybridně z 28 karet

$$m(A_2) = \binom{4}{3} \cdot \binom{28}{3}$$

$$P(A_2) = \frac{\binom{4}{3} \cdot \binom{28}{3}}{\binom{32}{6}} = \frac{4 \cdot 3276}{906192} = \frac{13104}{906192} = \frac{13}{899}$$

3. možnost: jev A_3 : hybridně 4 esa

4 esa ze 4 es 2 karty bez es - hybridně z 28 karet

$$n(A_3) = \binom{4}{1} \cdot \binom{28}{2}$$

$$p(A_3) = \frac{\binom{4}{1} \cdot \binom{28}{2}}{\binom{32}{6}} = \frac{1 \cdot 378}{906192} = \frac{3}{7192}$$

$$P(A) = P(A_1) + P(A_2) + P(A_3) = \frac{975}{7192} + \frac{13}{899} + \frac{3}{7192} =$$

$$\approx 0,150444938 = \boxed{0,1504} \dots 15,04\%$$

7) V osudí je 10 bílých, 5 černých a 6 zelených kuliček. Náhodně vyberieme 4 kuličky. Jaka' je pravdepodobnosť, že budú medzi nimi budú najmä 2 čierne?

"najmä 2" znamená 2, 3, 4/5 pevných ľuď, alebo že ktorou je 4; biela a zelená sme, je ich 16

Vypočítajte koncipovane neznáme predchádzajúce množ.

$$P(A) = \frac{\binom{5}{2} \cdot \binom{16}{2}}{\binom{21}{4}} + \frac{\binom{5}{3} \cdot \binom{16}{1}}{\binom{21}{4}} + \frac{\binom{5}{4} \cdot \binom{16}{0}}{\binom{21}{4}} =$$

$$= \frac{10 \cdot 120}{5985} + \frac{10 \cdot 16}{5985} + \frac{5 \cdot 1}{5985} = \frac{1200}{5985} + \frac{160}{5985} +$$

$$+ \frac{5}{5985} = \frac{1365}{5985} \approx 0,228070\dots = \boxed{0,228} \dots 22,8\%$$

8) V osudí je 5 černých, 7 bílých a 8 zelených kuliček. Náhodne vyberieme 3 kule. Jaka' je pravdepodobnosť, že a) budú mit autiz-korou, b) ktorá kule bude mit jímou korou?

Riešenie: Npleháme postup uvedení 4 príkladu 7) ma st.

1) Koliko suarku.

$5 + 7 + 8 = 20$ (koule) , vyber 3 koule'

$$\begin{aligned} a) P(A \cup B \cup C) &= P(A) + P(B) + P(C) = \frac{\binom{5}{3}}{\binom{20}{3}} + \frac{\binom{7}{3}}{\binom{20}{3}} + \frac{\binom{8}{3}}{\binom{20}{3}} \\ &= \frac{10}{1140} + \frac{35}{1140} + \frac{56}{1140} = \frac{101}{1140} = 0,088596491 = \\ &= \boxed{0,0886} \quad \dots 8,86\% \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b) \frac{\binom{5}{1} \cdot \binom{7}{1} \cdot \binom{8}{1}}{\binom{20}{3}} &= \frac{5 \cdot 7 \cdot 8}{1140} = \frac{280}{1140} = 0,245614035 = \\ &= \boxed{0,24561} \quad \dots 24,56\% \end{aligned}$$

KONEC ČLÁNKU 3.2 - KONEC 1. ČÁSTI

9) Jaká je pravděpodobnost, že při hodnutí třemi hracími kostkami padne součet 13.

Pravděpodobnost, že padne součet 13, jsme vyřešili ve cvičení 3.1 ve sloupci 9.

$$P(F) = \frac{7}{42}$$

Pravděpodobnost opačného jevu „nepadne součet 13“ označme

F' . Platí

$$P(F') = 1 - P(F) = 1 - \frac{7}{42} = \frac{65}{42} = 0,902777777 = \boxed{0,9028} \quad \dots 90,28\%$$

10) Jaká je pravděpodobnost, že při hodnutí třemi hracími kostkami padne součet dělitelný pěti?

Při řešení využijeme výsledek p. 14b) vash. 10 článku 3.1.

Pravděpodobnost, že padne součet dělitelný pěti, je

$$P(A) = \frac{43}{216} = 0,199, \text{ pravděpodobnost, že nepadne součet}$$

⑥

dělitelnyj yeri = žev A'. Plošt'

$$P(A') = 1 - P(A) = 1 - 0,199 = \boxed{0,801}$$

11) V osudí je 15 čerujch a 6 bílých kouli. Náhodně vyberáme 5 kouli. Jaká je pravděpodobnost, že nebude mít žádná barva?

Nejdříve upřesíme žev A: "budou mít žádná barva". Při výpočtu využijeme postup ekvivalentní při řešení. ① Jakoto součást má sh. ①.

$$P(A) = \frac{\binom{15}{5}}{\binom{21}{5}} + \frac{\binom{6}{5}}{\binom{21}{5}} = \frac{3003}{20349} + \frac{6}{20349} = \frac{3009}{20349} = \frac{59}{399}$$

$$P(A') = 1 - P(A) = 1 - \frac{59}{399} = 0,852130325 = \boxed{0,8521} \quad 85,21\%$$

12) Ve kúde je 15 chlapců a 17 dívek. Pokud pravděpodobnost má 4 vybraných žáků nebude sama dívka?

Nejdříve opět upřesíme žev A "budou sama dívka". Při řešení využijeme ži. 4 ze sv. 3.1 a další ži 5.1 použijeme rovnost.

$$15 + 17 = 32$$

chl. dívky

4

0 chlapců 4 dívky
= 15 = 17

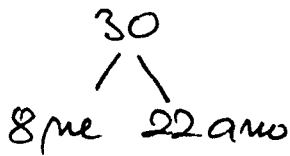
$$P(A) = \frac{\binom{15}{0} \cdot \binom{17}{4}}{\binom{32}{4}} = \frac{1 \cdot 2380}{35960} = \frac{119}{1798}$$

$$P(A') = 1 - P(A) = 1 - \frac{119}{1798} = \frac{1679}{1798} = 0,93381585 = \boxed{0,9338}$$

13) Ve kúde je 30 žáků, z nichž 8 není připraveno. U hodiny budou zkoušeni 4 žáci. Pokud pravděpodobnost nebude

(7)

alespon tři pripraveni?



jev A: "budou alespon 3 pripraveni", tj. 3, nebo 4.

$$P(A) = \frac{\binom{22}{3} \cdot \binom{8}{1}}{\binom{30}{4}} + \frac{\binom{22}{4} \cdot \binom{8}{0}}{\binom{30}{4}} = \frac{1540 \cdot 8}{27405} + \frac{7315 \cdot 1}{27405}$$

$$= \frac{12320}{27405} + \frac{7315}{27405} = \frac{19635}{27405} = \frac{187}{261}$$

$$P(A') = 1 - \frac{187}{261} = \frac{74}{261} = 0,283524904 = \boxed{0,283524} \dots 28,3\%$$

14) U budue je 40 zdravotek, 2 miho rjou 4 radue. Pjakoou pravdepodobnosti melude mezi 5 mohloue nylrouimim zdravotekmi am jedue radue?

40
/ \ 4 radue' 36 bezvradue' a

(mel dluue jev A "mezi 5 bude jedue radue, nebo 2 radue, nebo 3 radue, nebo 4 radue.")

$$P(A) = \frac{\binom{4}{1} \cdot \binom{36}{4}}{\binom{40}{5}} + \frac{\binom{4}{2} \cdot \binom{36}{3}}{\binom{40}{5}} + \frac{\binom{4}{3} \cdot \binom{36}{2}}{\binom{40}{5}} + \frac{\binom{4}{4} \cdot \binom{36}{0}}{\binom{40}{5}}$$

$$= \frac{4 \cdot 58905}{\binom{40}{5}} + \frac{6 \cdot 7140}{\binom{40}{5}} + \frac{4 \cdot 630}{\binom{40}{5}} + \frac{1 \cdot 1}{\binom{40}{5}}$$

$$= \frac{235620 + 42840 + 2520 + 1}{658008} = \frac{280981}{658008} = 0,427017604$$

$$P(A') = 1 - 0,427017604 = 0,572982395 = \boxed{0,57298} \quad 57,2\%$$

KONEC ČLÁNKU 3.2