Hyperbola I.

Def. Jsou dány body F, G a reálné číslo a tak, že $0<2a<|FG|$. Množinu všech bodů roviny, jejichž absolutní hodnota rozdílu vzdáleností od bodů F a G je rovna číslu $2a$, se nazývá hyperbola.

charakteristická vlastnost: $\big||FX|-|GX|\big|=2a$

F, G ... ohniska

$2a$ ... velikost hlavní osy

$\overleftrightarrow{FG}$ ... hlavní osa (o_1)

S ... střed hyperboly

a ... velikost hlavní poloosy

b ... -//- vedlejší poloosy

e ... excentricita $e=|FS|=|GS|$

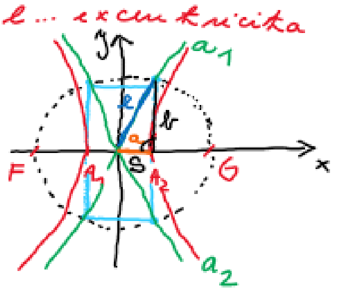
vedlejší osa: o_2

$o_2 \perp o_1$; $S\in o_2$

a_1, a_2 ... asymptoty H.

– tečny v nevlastním bodě ($\pm\infty$)

– větve H. se blíží k a_1, a_2 ale nedotknou se

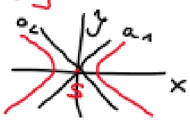


$$\boxed{e^2=a^2+b^2}$$

$a \gtrless b$

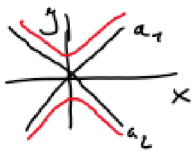
osová rce H. $S[0;0]$

I. $\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1$



hl. osa je osa x

II. $\dfrac{y^2}{a^2}-\dfrac{x^2}{b^2}=1$



hl. osa je osa y

rce asymptot: a_1: $y=\dfrac{b}{a}x$, a_2: $y=-\dfrac{b}{a}x$ $\Big\}$ $a_{1,2}$: $y=\pm\dfrac{b}{a}x$

rovnoosá hyperbola: $a_1 \perp a_2 \wedge a=b$

středový tvar rce H.: $S[m,n]$

I. $\dfrac{(x-m)^2}{a^2}-\dfrac{(y-n)^2}{b^2}=1$

II. $\dfrac{(y-n)^2}{a^2}-\dfrac{(x-m)^2}{b^2}=1$

rce a_1, a_2:

a_1: $y=\dfrac{b}{a}(x-m)+n$

a_2: $y=-\dfrac{b}{a}(x-m)+n$

obecná rovnice H.

$px^2+qy^2+2rx+2sy+t=0$ $\boxed{p\cdot q<0}$

Př. 1. Je dána H. $3x^2 - y^2 - 24x + 6y + 36 = 0$.
Určete $S, A_1, A_2, F, G, a_1, a_2, a, b, e$. + náčrtek

metoda doplnění na □:

$$3x^2 - 24x - y^2 + 6y + 36 = 0$$
$$3(x^2 - 8x) - (y^2 - 6y) + 36 = 0$$
$$3(x-4)^2 - 3.16 - (y-3)^2 + 9 + 36 = 0$$
$$3(x-4)^2 - (y-3)^2 = 3 \quad /:3$$

$S[4;3]$

$$\frac{(x-4)^2}{1} - \frac{(y-3)^2}{3} = 1$$

$a^2 = 1$ $\quad a = 1$

$b^2 = 3$ $\quad b = \sqrt{3}$

$e^2 = a^2 + b^2 = 4$ $\quad e = 2$

$F[2;3]$ $\quad x = 4-2$

$G[6;3]$ $\quad x = 4+2$

$A_1[3;3]$ $\quad x = 4-1$

$A_2[5;3]$ $\quad x = 4+1$

a_1: $y = \sqrt{3}(x-4) + 3$

a_2: $y = -\sqrt{3}(x-4) + 3$