

Kružnice III.

Př. 1. Pro jaké hodnoty parametru p je rovnice

$$x^2 + y^2 + 3x - y + p = 0 \text{ OK kružnice? určete } S, r.$$

$$\left(x + \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{9}{4} + \left(y - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{4} + p = 0$$

$$\text{SF: } \left(x + \frac{3}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{10}{4} - p$$

$$S\left[-\frac{3}{2}; \frac{1}{2}\right] \quad r = \sqrt{\frac{10}{4} - p}$$

$$\frac{10}{4} - p > 0$$

$$p < \frac{10}{4}$$

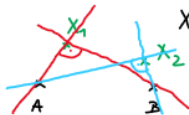
$$p \in \left(-\infty; \frac{10}{4}\right)$$

Př. 2. V rovnici jsou dány body $A[2; -1]$, $B[-2; 3]$.

Ukáte množinu bodů X , pro které jsou přímky

AX a BX kolmé.

$$AX \perp BX \Leftrightarrow \vec{AX} \cdot \vec{BX} = 0$$



$$\vec{AX} = (x-2; y+1) \quad (x-2)(x+2) + (y+1)(y-3) = 0$$

$$\vec{BX} = (x+2; y-3) \quad x^2 - 4 + y^2 - 2y - 3 = 0$$

$$x^2 + (y-1)^2 - 1 - 7 = 0$$

Thaletova kružnice

$$x^2 + (y-1)^2 = 8 \Rightarrow \text{množina bodů } X$$

je kružnice se

středem $S[0; 1]$ a $r = 2\sqrt{2}$.

Př. 3. Ukáte množinu bodů, které mají

od bodu $A[-1; -2]$ 3x větší vzdálenost než od $B[-3; 6]$

$$|AX| = 3|BX|$$

$$\sqrt{(x-1)^2 + (y+2)^2} = 3 \cdot \sqrt{(x+3)^2 + (y-6)^2} \quad |^2$$

$X[x; y]$

$$(x-1)^2 + (y+2)^2 = 9 \cdot [(x+3)^2 + (y-6)^2]$$

$$\vec{AX} = (x-1; y+2)$$

$$x^2 - 2x + 1 + y^2 + 4y + 4 = 9(x^2 + 6x + 9 + y^2 - 12y + 36)$$

$$\vec{BX} = (x+3; y-6)$$

$$8x^2 + 56x + 8y^2 - 112y + 400 = 0 \quad | :8$$

$$x^2 + 7x + y^2 - 14y + 50 = 0$$

$$\left(x + \frac{7}{2}\right)^2 - \frac{49}{4} + (y-7)^2 - 49 + 50 = 0$$

$$\left(x + \frac{7}{2}\right)^2 + (y-7)^2 = \frac{45}{4} \quad \text{množina bodů je}$$

$$S\left[-\frac{7}{2}; 7\right] \text{ a } r = \frac{\sqrt{45}}{2}$$

Př. 4. Napište rovnici kružnice,

jejíž procláží body $A[2; 1]$, $B[3; 0]$, $C[0; 5]$

určete S, r .

Nejprve vyjít z OK kružnice

$$x^2 + y^2 + Ax + By + C = 0$$

$$A = -2m$$

$$B = -2m$$

nebo

$$x^2 + y^2 - 2mx - 2my + p = 0$$

$$p = m^2 + m^2 - r^2$$

$$\text{2. způsob: } A: 4 + 1 - 4m - 2m + p = 0$$

sovst. 3 vic

$$B: 9 - 6m + p = 0$$

o 3 neznámých

$$C: 25 - 10m + p = 0$$

$$\begin{cases} -4m - 2m + p = -5 \\ -6m + p = -9 \end{cases} \quad | (+) \rightarrow$$

$$2m - 2m = 4 \quad | :4$$

$$-4m + 8m = 20$$

$$4m = 36$$

$$m = 9 \quad m = 4$$

$$p = m^2 + m^2 - r^2 = 81 + 49 - r^2$$

$$S[9; 4]$$

$$p = -25 + 10m = -25 + 70 = 45$$

$$r^2 = 130 - 45 = 85 \quad r = \sqrt{85}$$