

## Fyzikální experimenty se zvukovou kartou PC

ČENĚK KODEJŠKA – ANEŽKA RAICHOVÁ – JIŘÍ BERNÝ – LUKÁŠ KOZÁK

Gymnázium, Nový Bydžov

V rámci zatraktivnější výuky fyziky jsme se zabývali využitím zvukové karty počítače a několika dalších jednoduchých pomůcek (fotodiody, laserové ukazovátka, papírový hřeben, kyvadlo) k provedení fyzikálních experimentů, které by mohly být alternativou profesionálních školních měřicích systémů typu ISES, Vernier nebo Coach.

Všechny experimenty využívají jednoduchou optickou bránu, která je sestavena z laserového ukazovátka a fotodiody, ze které je signál přiveden na mikrofonní vstup zvukové karty. Princip optické brány je pak zřejmý: přerušením laserového paprsku dojde ke změně napětí na fotodiodě a na výstupu je pulz, jehož průběh odpovídá průběhu přechodného děje.

Tímto způsobem můžeme tedy měřit jak dlouhé, tak i velmi krátké časové úseky řádově  $10^{-4}$  s. Toho lze využít např. při měření doby volného pádu, zrychlení tělesa, pohybu kyvadla nebo i rychlosti zvuku při použití mikrofonu místo fotodiody.

V experimentech jsme průběžně použili následující pomůcky: notebook nebo PC, fotodiodu 1 PP 75 (součást starších fyzikálních školních souprav) nebo nový typ BPW 34, laserové ukazovátka (červené nebo zelené), kyvadlo a papírový hřeben se stejně širokými zuby vystřížený z kartonu. Fotodiody musí mít přijímací frekvenci ve viditelné oblasti.

K záznamu a vyhodnocení signálu jsme použili freewareový program pro úpravu zvuku *Free Audio Editor*. Jeho výhodou je přehledná a snadná obsluha. Tento program dokáže zaznamenaný signál dále upravovat, můžeme

tedy např. provést výběr části signálu a program vyhodnotí jeho délku (okénko nazvané Length) nebo lze slabý signál zvětšit. Před vlastním měřením stačí nastavit pouze typ vstupu (mono nebo stereo), u vstupního zařízení (Input Device) zvolit mikrofon, úroveň signálu (Input Level) nastavit tak, aby při přerušení laserového paprsku signál z fotodiody nepřesáhl 100 %, a pak již spustit vlastní měření (záznam zvuku) tlačítkem Record. Po proběhnutí experimentu (zpravidla stačí 10 s až 15 s) ukončíme měření tlačítkem Keep. Zobrazí se nám zaznamenaný signál, se kterým pak dále pracujeme pomocí myši. Záznam lze samozřejmě i uložit ve formátu WAV zvukového souboru, takže si můžeme data experimentu kdykoliv znovu vyhodnotit.

Závěrem připomeňme důležitý fakt, že pomocí zvukové karty lze měřit pouze střídavé napětí do cca 1,5 V (výstup z fotodiody je řádově 100 mV, takže nemusíme mít obavu ze zničení zvukové karty při přímém zapojení výstupu diody do mikrofonního vstupu pomocí 3,5 mm jack konektoru). Stejnsměrné napětí kvůli oddělovacímu kondenzátoru za vstupem zvukové karty nelze zaznamenat. Výhodou použití zvukové karty oproti jiným systémům je vysoká vzorkovací frekvence (standardně 44,1 kHz, ale v dnešní době lze jít až k hodnotám řádově MHz).

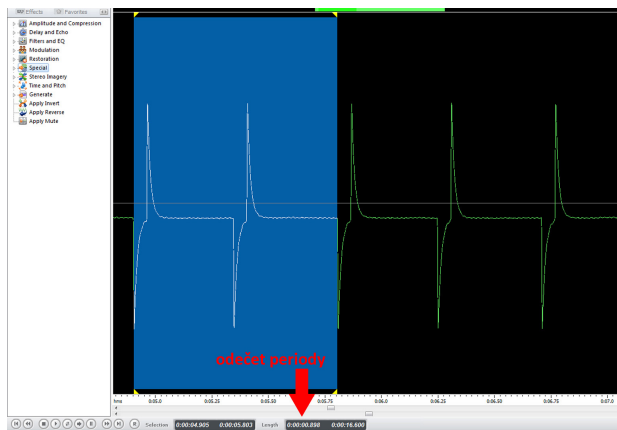
V další části příspěvku popíšeme stručně pět experimentů z oblasti mechaniky a teorie kmitů.

## 1 Měření tíhového zrychlení z periody kmitů kyvadla



Obr. 1

Při určení hodnoty tíhové zrychlení z periody kmitů kyvadla vycházíme ze známého vztahu pro periodu kmitů matematického kyvadla. Vlastní kyvadlo sestavíme např. z válečku zavěšeného na niti nebo provázku a laserový paprsek zaměříme na střed válečku, který pro účely našeho měření ztotožníme s jeho těžištěm. Provedení experimentu vidíme na obr. 1 a zaznamenaný signál na obr. 2. Při tomto i dalších experimentech využíváme optickou bránu sestavenou z laserového ukazovátka a fotodiody, jejíž výstup je připojen na vstup zvukové karty. Jednoduchá optická brána má oproti klasickému měření (prováděnému např. pomocí stopek) několik výhod: odpadá systematická chyba měření způsobená reakcí žáka při mačkání stopek, periodu jsme schopni odečíst s přesností  $10^{-4}$  s. Lepších výsledků dosáhneme s větší délkou kyvadla a maximální výchylkou kyvadla do  $10^\circ$ . Free Audio Editor využijeme k záznamu signálu a přímému odečtu hodnoty periody v okénku Length.



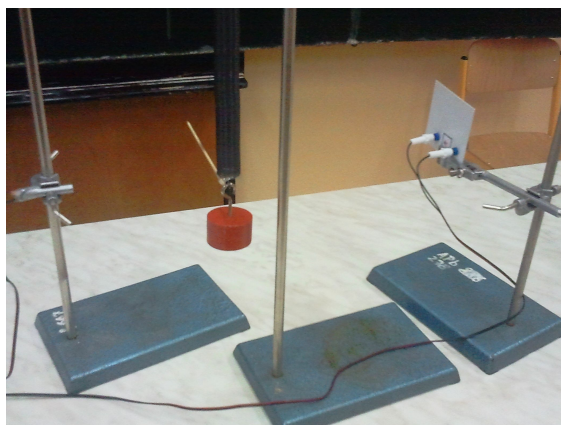
Obr. 2

Měření lze provést pro různé hodnoty délky závěsu kyvadla a na konci experimentu porovnat, pro jakou délku závěsu vychází přesnější hodnoty ve srovnání s hodnotou  $g = 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ . Při našem měření byla zjištěna průměrná hodnota periody kyvadla  $T = 1,583 \text{ s}$ . Vzhledem k tomu, že délka kyvadla byla určena s odchylkou 1 mm, je vypočtená hodnota tíhového zrychlení  $g = 9,77 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ , tzn. odchylka tíhového zrychlení od standardní hodnoty je 0,4 %.

## 2 Měření tuhosti pružiny dynamickou metodou

Experiment sestavíme obdobným způsobem. Místo kyvadla použijeme pro přerušení paprsku špejli, kterou přichytíme pomocí izolepy k závaží zavěšenému na pružině. Ze vztahu pro periodu kmitů pružinového oscilátoru vyjádříme tuhost a dosadíme experimentálně zjištěné hodnoty periody  $T$ , které určíme pomocí Free Audio Editoru. Uspořádání je na obr. 3.

Měření bylo provedeno pro dvě závaží o hmotnostech  $m_1 = 0,44$  kg a  $m_2 = 0,72$  kg. Měření byly zjištěny průměrné periody kmitů  $T_1 = 0,81$  s a  $T_2 = 1,01$  s a výpočtem byly zjištěny průměrné hodnoty tuhosti pružiny  $k_1 = 26$  N · m<sup>-1</sup> a  $k_2 = 28$  N · m<sup>-1</sup>.



Obr. 3

## 3 Ověření vztahu pro periodu matematického kyvadla v závislosti na velikosti maximální výchylky

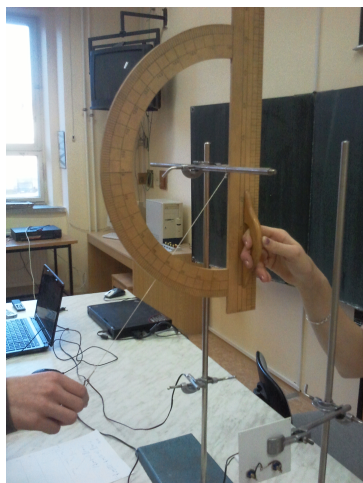
Experiment uspořádáme stejným způsobem jako experiment 1 s tím rozdílem, že nyní měříme pomocí optické závory periodu kyvadla pro stejnou délku kyvadla při různém úhlu maximální počáteční výchylky. Naměřené hodnoty pak porovnáme s teoretickou hodnotou pro periodu kyvadla nezávislejší na výchylce a s teoretickou hodnotou závislejší na výchylce  $\alpha_{\max}$  podle vztahu

$$T = 2\pi^2 \sqrt{\frac{l}{g}} \left( 1 + \frac{1}{4} \sin^2 \frac{\alpha_{\max}}{2} + \dots \right). \quad (1)$$

Pro účely běžného měření postačí vzít v úvahu první člen rozvoje, další členy již výsledek zásadním způsobem neovlivní. Uspořádání experimentu je na obr. 4 a hodnoty pro tři různé úhly jsou v tabulce 1.  $T_0$  je hodnota periody vypočtená bez závislosti na výchylce,  $T$  je perioda určená ze vztahu (1) a průměrné hodnoty experimentálně změřené periody jsou ve sloupci  $\overline{T}_{\text{exp.}}$ .

**Tabulka 1** Závislost periody na maximální výchylce kyvadla

$\alpha_{\text{max}}$ (°)	$T_0$ (s)	$T$ (s)	$\overline{T}_{\text{exp.}}$ (s)
30	1,316	1,337	1,333
45	1,316	1,364	1,348
60	1,316	1,398	1,380



Obr. 4

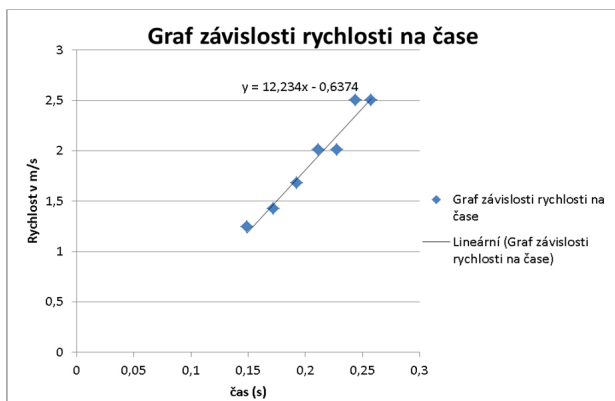


Obr. 5

#### 4 Ověření vztahu pro rychlost volného pádu jako rovnoměrně zrychleného pohybu

V tomto experimentu si kromě obvyklých pomůcek musíme nachystat i papírový hřeben, který vystříháme z tvrdého kartonového papíru. Hřeben by měl mít všechny zuby stejně široké, my jsme zvolili šířku zubu

$d = 1$  cm a celkovou délkou hřebene cca 25 cm. Hřeben necháme padat volným pádem ze stále stejné výšky mezi laserovým ukazovátkem a fotodiodou a zaznamenáme přerušování paprsku laseru jednotlivými zuby. Protože známe šířku  $i$ -tého zubu, můžeme ve Free Audio Editoru určit celkový čas průchodu  $i$ -tého zubu paprskem a ze vztahu  $v_i = d/t_i$  vypočítat přibližnou hodnotu okamžité rychlosti  $i$ -tého zubu. Protože se jedná o pohyb zrychlený, má první zub nejmenší rychlost a  $i$ -tý zub největší rychlost. Grafická závislost rychlosti na čase je pak lineární funkce, kde konstantou úměrnosti je hodnota tíhového zrychlení ( $v = gt$ ). Uspořádání experimentu vidíme na obr. 5. V tabulce 2 jsou naměřené hodnoty a na obr. 6 je odpovídající graf vytvořený programem MS Excel ( $\Delta t$  je doba průchodu  $i$ -tého zubu optickou závorou,  $v$  je okamžitá rychlost daného zubu a  $t$  je celkový čas od puštění hřebene).



Obr. 6

Tabulka 2 Volný pád hřebene

Číslo zubu	$\Delta t$ (s)	$v$ (m/s)	$t$ (s)
1	0,012	0,83	1,764
2	0,010	1,00	1,785
3	0,008	1,25	1,803
4	0,007	1,43	1,820
5	0,006	1,67	1,836
6	0,005	2,00	1,851
7	0,004	2,50	1,863

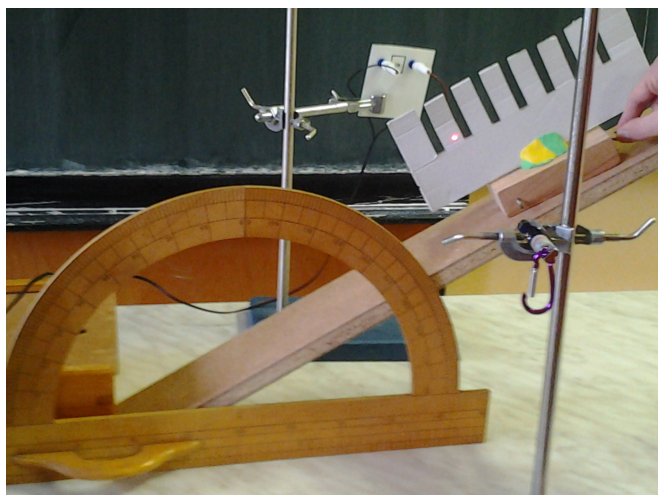
## 5 Určení součinitele smykového tření ze zrychlení tělesa na nakloněné rovině

Uspořádání experimentu je patrné z obr. 7. Dřevěný kvádr necháme klouzat po nakloněné rovině pod určitým úhlem. Na kvádr jsme pomocí modelíny připevnili papírový hřeben se zuby z minulé úlohy. Při zrychleném pohybu kvádrů s hřebenem po nakloněné rovině zuby hřebene protínají laserový paprsek optické závory. Můžeme tedy ze záznamu signálu určit čas průchodu prvního zubu, čas průchodu posledního (v našem případě sedmého) zubu a z rozdílu rychlostí a rozdílu času vypočítat zrychlení soustavy. Ze vztahu pro zrychlení tělesa na nakloněné rovině

$$a = g(\sin \alpha - f \cos \alpha)$$

vyjádříme součinitel smykového tření  $f$  a do vztahu dosadíme hodnoty úhlu a zrychlení změřené při experimentu:

$$f = \operatorname{tg} \alpha - \frac{a}{g \sin \alpha}$$



Obr. 7

Naměřené hodnoty jsou uvedeny v tabulce 3. Časy  $t_1$  a  $t_2$  jsou doby průchodu prvního a sedmého zubu optickou závorou, rychlosti  $v_1$  a  $v_2$  jsou

přibližné okamžité rychlosti zubů (šířka zubu je vždy 1 cm),  $\Delta v = v_7 - v_1$ ,  $\Delta t$  je celkový čas mezi průchodem prvního a sedmého zubu laserovým paprskem,  $a$  je zrychlení při pohybu na nakloněné rovině vypočítané ze vztahu  $a = \Delta v / \Delta t$  a  $f$  je vypočtený součinitel smykového tření.

**Tabulka 3** Určení součinitele smykového tření (dřevo – dřevo)

$t_1$ (s)	$t_7$ (s)	$v_1$ ( $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ )	$v_7$ ( $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ )	$\Delta v$ ( $\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ )	$\Delta t$ (s)	$a$ ( $\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$ )	$f$
0,020	0,012	0,50	0,83	0,33	0,24	1,40	0,29
0,023	0,014	0,44	0,71	0,28	0,23	1,22	0,33
0,022	0,013	0,46	0,77	0,31	0,22	1,43	0,28
0,021	0,014	0,47	0,71	0,24	0,21	1,14	0,34
0,021	0,014	0,47	0,71	0,24	0,20	1,17	0,34

Průměrná hodnota součinitele smykového tření je  $\bar{f} = 0,32$ , tabulková pro povrch dřevo – dřevo  $f = 0,3$ .

## Závěr

Při našich experimentech se zvukovou kartou jsme ověřili na několika experimentech z oblasti mechaniky i teorie kmitů, že optická brána sestavená z laserového ukazovátka a fotodiody umožňuje provádět měření srovnatelná s experimenty uskutečněnými s využitím profesionálních souprav typu ISES, Vernier nebo Coach. Předností je možnost realizovat experimenty nejen jako demonstrace, ale zejména jako laboratorní cvičení žáků. Výhodou je také cenová dostupnost použitých pomůcek, která může pro řadu základních i středních škol představovat zajímavou alternativu k velmi drahým profesionálním soupravám.

Experimenty se zvukovou kartou lze rozšířit i o další oblasti fyziky: pokusy se zvukem (rychlost, frekvence), demonstrace rázů, zákon zachování mechanické energie, vrhy, měření tepové frekvence, elektrická měření se střídavým proudem ( $RLC$ ), modul pružnosti určený z torzních kmitů, měření teploty a mnohé další.



# Termodielektrický jev a možnosti jeho měření

MARTIN TOMÁŠ – PAVEL NOVOTNÝ

Nové technologie – výzkumné centrum, Západočeská univerzita, Plzeň

## Úvod

Fyzika pevných látek nás neustále přesvědčuje, jak pozoruhodné mohou být vlastnosti materiálů v našem bezprostředním okolí. Rychlý rozvoj tohoto odvětví fyziky je doprovázen objevy často nečekaných zákonitostí. Některé tyto objevy se téměř okamžitě uplatňují v průmyslové výrobě, jiné se dočkají své aplikace až po mnoha letech. Jedním z téměř zapomenutých jevů je jev termodielektrický. Cílem tohoto článku je popis termodielektrického jevu, popis možností měření tohoto jevu a možnost využití tohoto jevu ve výuce.

## Současné poznatky o termodielektrickém jevu

Termodielektrický jev souvisí s chováním dielektrik během fázového přechodu. Výzkum těchto vlastností můžeme sledovat až do druhé poloviny 19. století, kdy *Heaviside* publikoval práci o teoretické existenci permanentně polarizovaných dielektrik [1]. Protože se jedná o elektrostatickou analogii permanentních magnetů, jsou tato dielektrika nazvána *elektrety*. Experimentální důkaz existence těchto materiálů přináší až výzkumy *Eguchiho*, který vytvořil první elektret ze směsi běžně dostupných vosků [2]. Nejstarší způsob přípravy elektretů spočívá v tuhnutí kapalného vosku v silném elektrickém poli. Roztavený vosk je vložen mezi dvě elektrody, na které je přivedeno vysoké napětí. Po ztuhnutí vosku můžeme po dlouhou dobu pozorovat vázaný elektrický náboj na povrchu materiálu. Takto polarizované dielektrikum (*termoelektret*) pochopitelně interaguje s ionty v okolním vzduchu, a proto se postupně materiál depolarizuje. Tento proces je však možné částečně eliminovat například uložením elektretu do hliníkové fólie.

Existují i další možné způsoby přípravy elektretů. Některé souvisejí s pouhým vložením dielektrika do silného elektrického pole, jiné zvyšují

koncentraci volných nosičů elektrického náboje uvnitř dielektrika působením ionizujícího záření. Elektrety našly své uplatnění v mikrofonech a dalších elektrotechnických zařízeních. Jejich výzkumu se dále věnovali badatelé po celém světě a jedním z nich byl *Costa Ribeiro*, který působil ve 40. letech v Brazílii.

Costa Ribeiro se snažil připravovat termoelektrety z některých druhů vosků a během tohoto výzkumu si povšimnul, že v dielektriku, které právě prodělává fázový přechod, dochází k zvláštní separaci elektrického náboje [3]. Pokud byly elektrody zcela vyplněny dielektrikem a toto dielektrikum tálo či tuhlo, bylo možné měřit elektrické napětí vznikající jako důsledek fázového přechodu. Costa Ribeiro dále měřil tento jev u materiálů, jako je parafin, naftalen či karnaubská pryskyřice. Společně se svými spolupracovníky se pokusil o teoretické vysvětlení termodielektrického jevu [4]. Nezávisle na Costa Ribeirovi tentýž jev objevili i *Workman* a *Reynolds* během fázového přechodu vody [5]. Protože byl termodielektrický jev pozorován u tuhnutí vody, bývá někdy vznikající elektrické napětí označováno jako *zamrzlý potenciál* (freezing potential) [6].

Termodielektrický jev probíhající ve vodě během fázového přechodu může úzce souviset se vznikem různých elektrických jevů v atmosféře. Je se tedy dostal do popředí zájmu mnoha badatelů [7]. Teoretický popis termodielektrického jevu však dodnes zůstává pouze částečným. Teoretický koncept, který publikoval Gross, je vhodný pouze pro určité materiály [4]. Termodielektrický jev tak není dodnes zcela vysvětlen. Grossova teorie je založena na ztotožnění fázového rozhraní mezi kapalnou a pevnou fází dielektrika s dvojitou potenciálovou bariérou. Přes tuto bariéru prostupují jednotlivé druhy nosičů elektrického náboje v rozdílném množství. Výška bariéry je pro různé nosiče elektrického náboje odlišná. Fázové rozhraní putující materiálem separuje nosiče elektrického náboje do rozdílných oblastí a mezi těmito oblastmi vzniká elektrické napětí.

Dlouhou dobu se diskutovalo o povaze nosičů elektrického náboje [8]. Předpokládá se, že dielektrikum obsahuje pouze velice malé množství volných nábojů. Je tedy možné, že ionty a další typy nosičů vznikají až během fázového přechodu. Tuto myšlenku podpořil svým experimentem *Dias Tavares*, který sledoval desublimaci naftalenu. Dias Tavares měřil průběh termodielektrického jevu u zrna naftalenu, na které dosedají naftalenové páry. Aparaturu rozšířil o další dvě elektrody, na které bylo přivedeno vysoké elektrické napětí. Naftalenové páry tak k zrnu dospěly až po průchodu mezi těmito elektrodami. Účinnost této modifikace vyzkoušel při sledování

ionizace vzduchu působením ionizujícího záření z tablety oxidu uranu. Namísto naftalenového zrna použil nabitě těleso a elektrometrem zjišťoval postupné vybíjení tělesa působením vzdušných iontů. Zjistil, že při přivedení napětí na elektrody jsou působením elektrického pole ze vzduchu odstraněny prakticky všechny ionty a vybíjení tělesa ustává. Poté měřil termodielektrický jev a sledoval vliv přivedeného elektrického napětí na průběh tohoto jevu. Stejný průběh termodielektrického jevu bylo možné naměřit i v případě, že na elektrody bylo přivedeno elektrické napětí. Nosiče náboje je tedy nutné hledat až v místě fázového přechodu.

Costa Ribeiro během svého studia termodielektrického jevu určil dva základní zákony, kterými je termodielektrický jev popsán [3]. První z nich zní, že elektrický proud vznikající mezi oběma fázemi dielektrika je přímo úměrný rychlosti, s jakou se pohybuje fázové rozhraní mezi těmito dvěma fázemi. Druhý zákon říká, že velikost elektrického proudu je přímo úměrná množství materiálu, který prodělává fázový přechod. Z prvního zákona je zřejmé, že jev nenastává u rovnovážných situací. Pro průběh termodielektrického jevu je zásadní pohyb fázového rozhraní. Druhý zákon vyjadřuje skutečnost, že v případě fázového přechodu dielektrika musíme brát v úvahu i množství dielektrika, které se děje účastní.

V současnosti je termodielektrický jev využíván i v technické praxi [8]. Při výrobě plastů se využívá procesů polymerace a polyadice. Tyto procesy jsou doprovázeny vznikem termodielektrického napětí, které může podat důležité informace. Maximální naměřené elektrické napětí během termodielektrického jevu totiž odpovídá konci procesu polymerace či polyadice. Díky tomuto měření je možné zlepšit efektivitu výrobního procesu. Dalším využitím termodielektrického jevu je možnost určení čistoty některých látek. Průběh termodielektrického jevu je silně závislý na množství nečistot v daném dielektriku. V případě naftalenu je možné pomocí termodielektrického jevu určit čistotu látky s lepší rozlišovací schopností, než je tomu u standardních metod (měření elektrické vodivosti).

### **Teoretický popis termodielektrického jevu**

Pro popis termodielektrického jevu Gross ztotožnil fázové rozhraní s dvojitou potenciálovou bariérou (viz [3]). Další možností je popis termodielektrického jevu pomocí distribučních koeficientů a difúzních konstant iontů v blízkosti fázového rozhraní. Tento způsob naznačil ve své práci *LeFebvre* [9]. Podobný přístup pak zvolili i *Bronshiteyn* a *Chernov* [10]. Jedním z cílů tohoto článku je ukázat využití termodynamiky k vyšetření termodielektrického jevu.

Při popisu termodielektrického jevu se soustředíme na situaci při tuhnutí dielektrika. Během fázového přechodu můžeme uvažovat rovnost elektrochemických potenciálů jednotlivých fází (kapalná fáze l a pevná fáze s)

$$\mu_l \rightleftharpoons \mu_s. \quad (1)$$

Rozdíl elektrochemických potenciálů udává chemickou afinitu

$$A = \mu_l - \mu_s, \quad (2)$$

kteřá je hnací silou fázového přechodu. Pro komponentu  $\alpha$  lze specifický elektrochemický potenciál obecně zapsat ve tvaru

$$\mu_\alpha = u_\alpha + pv_\alpha - Ts_\alpha + \varphi_\alpha, \quad (3)$$

přičemž uvažujeme komponentu  $\alpha$  v pevné a kapalná fázi [11]. Ve vztahu (3) symbol  $u_\alpha$  značí specifickou vnitřní energii komponenty  $\alpha$ ,  $p$  je tlak,  $v_\alpha$  je specifický objem komponenty  $\alpha$ ,  $T$  je termodynamická teplota,  $s_\alpha$  je specifická entropie a  $\varphi_\alpha$  je elektrický potenciál komponenty  $\alpha$ . Pro  $\varphi_\alpha$  rovněž platí

$$\varphi_\alpha = \frac{z_\alpha F}{M_\alpha} \Phi, \quad (4)$$

kde  $z_\alpha$  je počet elementárních nábojů v komponentě  $\alpha$ ,  $F$  je Faradayova konstanta ( $F = 96\,485 \text{ C} \cdot \text{mol}^{-1}$ ),  $M_\alpha$  je molární hmotnost a  $\Phi$  je celkový měřený elektrický potenciál na fázovém rozhraní.

Vyšetříme nyní situaci, kdy se látka nachází současně v pevné i kapalná fázi [11]. Podle (3) pak platí

$$\mu_l - \mu_s = u_l - u_s + p(v_l + v_s) - T(s_l - s_s) + (\varphi_l - \varphi_s). \quad (5)$$

Změna velikosti elektrochemických potenciálů je příčinou elektrického toku. Můžeme tedy zapsat

$$j_{e\alpha} \sim \frac{z_\alpha F}{M_\alpha T} \nabla \Phi. \quad (6)$$

U fázového přechodu jsou teplota a tlak v obou fázích stejné a platí vztah

$$A = 0 = \mu_l - \mu_s \quad (7)$$

Rovnost elektrochemických potenciálů obou fází

$$\mu_l = \mu_s. \quad (8)$$

vede s využitím rovnice (5) ke vztahu pro velikost indukovaného elektrického potenciálu

$$\Delta\Phi = -\frac{M}{zF}[u_1 - u_s + p(v_1 - v_s) - T(s_1 - s_s)]. \quad (9)$$

Pro zjednodušení můžeme předpokládat, že specifická vnitřní energie kapaliny a pevné látky je téměř shodná. Totéž budeme předpokládat i pro specifický objem kapaliny a pevné látky. Elektrický potenciál tak vyjádříme pomocí tepla tuhnutí

$$h_{1s} = -T(s_1 - s_s) \quad (10)$$

a zapíšeme ve tvaru

$$\Delta\Phi = \frac{MT(s_1 - s_s)}{zF} = \frac{Mh_{1s}}{zF}. \quad (11)$$

Z rovnice (11) plyne pro teplo fázového přechodu

$$h_{1s} = \frac{zF\Delta\Phi}{M}. \quad (12)$$

Dále můžeme rozepsat

$$\Delta\Phi = \int_0^{t_{\text{eq}}} \frac{i}{C} dt, \quad h_{1s} = \int_0^{t_{\text{eq}}} W dt = \frac{zF\Delta\Phi}{M}, \quad (13)$$

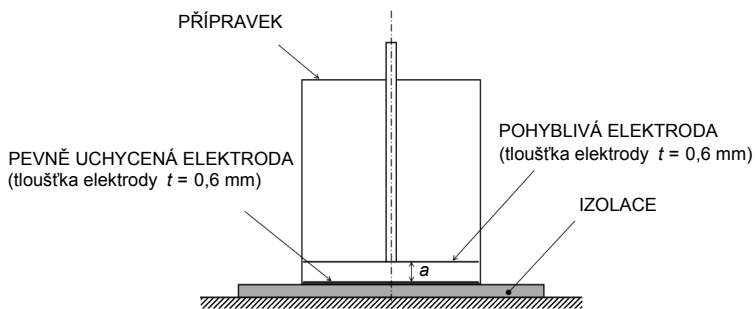
kde  $C$  označuje elektrickou kapacitu,  $W$  je tepelný výkon uvolněný během termodielektrického jevu a  $t_{\text{eq}}$  je doba trvání termodielektrického jevu. Rozdíl potenciálů a teplo fázového přechodu lze porovnat, protože můžeme zapsat  $1 \text{ V} = \text{J} \cdot \text{C}^{-1} \wedge 1 \text{ eV} = 96\,485 \text{ J} \cdot \text{mol}^{-1}$ . Pro elementární náboj platí totiž vztah ve tvaru  $eN_A = F$ , což představuje náboj jednoho molu elektronů. Pokud tuto známou relaci vynásobíme rozdílem potenciálů  $1 \text{ V}$ , získáme výše uvedenou hodnotu energie platnou pro  $1 \text{ eV}$ . Je tedy zřejmý vztah mezi veličinami elektrické napětí a energie.

Vztah (12) lze potvrdit měřením rozdílu elektrických potenciálů  $\Delta\Phi$  voltmetrem a tepla fázového přechodu  $h_{1s}$  kalorimetrem.

### Měření termodielektrického jevu

Pro vlastní měření termodielektrického jevu je nutné zhotovit vhodný přípravek, ve kterém bude jev probíhat. Do přípravku je potřeba umístit

kovové elektrody, mezi kterými bude měřený materiál měnit své skupenství (obr. 1). Jako měřený materiál je možné použít například karnaubskou pryskyřici, včelí vosk či parafín. Námi prezentované výsledky byly získány sledováním tuhnoucího parafínu.

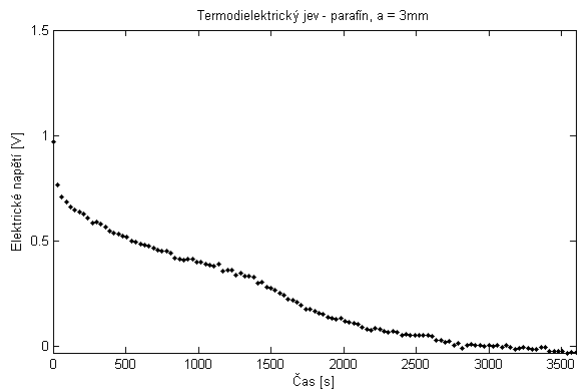


Obr. 1 Schéma přípravku pro měření termodielektrického jevu

V případě naší měřicí aparatury byly vývody od kruhových měděných elektrod připojeny k citlivému voltmetru Solartron 1287A Potentiostat/Galvanostat. K měření je ale možno využít jakýkoliv voltmetr s dostatečně vysokým vstupním odporem (od  $R_i = 10^{14} \Omega$ ). Před měřením byl přípravek s parafínem ponořen do vodní lázně a zahříván. Teplota tání parafínu je nižší, než je teplota varu vody. Během zahřívání tak došlo ke zkapalnění parafínu. Přípravek samotný dosahoval podobné teploty jako kapalný parafín. Po vyjmutí přípravku z vodní lázně byly vývody elektrod připojeny k voltmetru. Přípravek byl následně tepelně izolován od okolí, pouze vrchní část přípravku byla ve volném styku s okolním vzduchem. Fázové rozhraní tak vznikalo u hladiny kapalného parafínu a postupně se šířilo směrem ke spodní elektrodě. Pomocí tepelné izolace byl tedy určen směr pohybu fázového rozhraní. Vzdálenost kruhových elektrod  $a$  byla nastavena na  $a = 3$  mm a množství parafínu mezi elektrodami bylo vypočteno ze známých rozměrů elektrod, které byly vyrobeny z mědi o tloušťce  $t = 0,6$  mm a průměru  $d = 100$  mm. Hmotnost parafínu tedy byla určena jako  $m = 18,31$  g při hustotě  $\rho = 0,777$  g · cm<sup>-3</sup> [12].

Měření termodielektrického jevu probíhalo po dobu jedné hodiny. Interval odečtu hodnoty elektrického napětí byl stanoven na jednu sekundu.

Získaná závislost tak tvořila rozsáhlý soubor dat, který bylo nutné zanalyzovat. Vlastní analýza získaných dat sestávala z výpočtu střední hodnoty ze tří provedených měření. Takto získaný průběh střední hodnoty byl stále velmi jemný, a proto byl proveden výpočet střední hodnoty v definovaném intervalu dat. Vždy ze třiceti naměřených hodnot byla určena střední hodnota. Soubor dat se tak zredukoval na 120 hodnot. Výsledky měření jsou znázorněny na obr. 2.



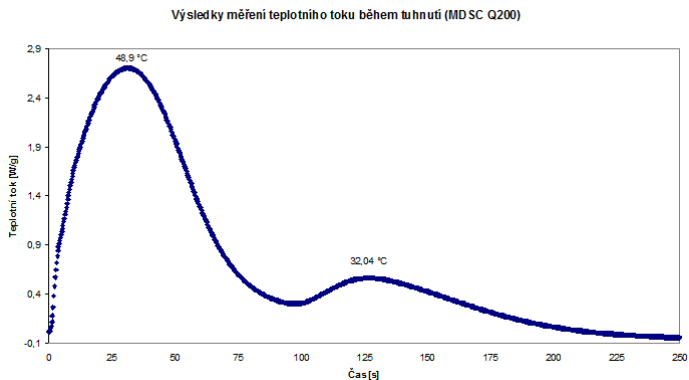
Obr. 2 Elektrické napětí během termodielektrického jevu (parafín,  $a = 3$  mm)

Parafín byl následně analyzován kalorimetrem (MDSC Q200, TA Instruments). Výsledkem tohoto měření byla hodnota skupenského tepla tuhnutí. V případě námi měřeného parafínu dosahovala hodnota tepla tuhnutí  $h_{1s} = 192,7 \text{ J} \cdot \text{g}^{-1}$ , což je ve shodě s publikovanými hodnotami [12].

Rychlost tuhnutí parafínu byla v případě našeho měření nastavena na hodnotu  $\Delta t = 10^\circ \text{ C} \cdot \text{min}^{-1}$ . Z výsledků měření (obr. 3) je zřejmé, že parafín je složen z několika komponent. Z hodnoty uvolněného skupenského tepla a teploty, kdy k uvolnění došlo, lze určit, jaké komponenty jsou v daném vzorku dominantně zastoupeny. Obecně platí, že parafín je směsí alkanů s počty uhlíků 20 až 40. Podle způsobu výroby se mohou jednotlivé směsi významně lišit. Podle teploty tuhnutí jednotlivých komponent (obr. 3) můžeme ve vzorku uvažovat přítomnost eikosanu a hexakosanu, jejichž teploty tuhnutí se pohybují v blízkosti naměřených hodnot [12]. Pokud vztah (12) vyjádříme ve tvaru

$$M = \frac{zF\Delta\Phi}{h_{1s}}, \quad (14)$$

můžeme ze znalosti tepla tuhnutí a rozdílu potenciálu mezi elektrodami určit molární hmotnost měřeného parafínu. Z obr. 2 předpokládáme rozdíl potenciálů na počátku termodielektrického jevu  $\Delta\Phi = 0,7$  V. Pokud ve výpočtu předpokládáme pouze 1 uvolněný elektron na molekulu účastní se fázového přechodu, dosahuje molární hmotnost hodnoty  $M = 350,49$  g·mol<sup>-1</sup>, což je v souladu s publikovanými hodnotami [12].



Obr. 3 Časová závislost teplotního toku (parafín)

Ze znalosti molární hmotnosti eikosanu  $M_E = 282,5475$  g·mol<sup>-1</sup> a hexakosanu  $M_H = 366,707$  g·mol<sup>-1</sup> lze dále předpokládat i hmotnostní poměr zastoupení jednotlivých komponent. V případě námi měřeného parafínu odpovídá tento hmotnostní poměr hodnotě 1 : 5, přičemž významněji zastoupenou komponentou je hexakosan.

## Závěr

Termodielektrický jev je možné využít k velmi zajímavému demonstračnímu experimentu, který rozšíří možnosti výuky. Přestože je nauka o dielektrikách podpořena skutečně výborným teoretickým základem, ve školní výuce je toto téma mírně přehlíženo. Experimenty s dielektriky vytvoří velkou skupinu demonstračních experimentů. Tyto experimenty jsou spíše okrajovou oblastí výuky a to na základních i středních školách.

Ve spojení s kalorimetrickým měřením lze využít termodielektrický jev k realizaci laboratorní úlohy, která umožní sledovat složení tak složitých



látek, jako je parafín. Dalším rozšířením teorie termodielektrického jevu pak může být popis z hlediska nerovnovážné termodynamiky.

## Poděkování

Tento výsledek vznikl v rámci projektu CENTEM, reg. č. CZ.1.05/2.1.00/03.0088, který je spolufinancován z ERDF v rámci programu MŠMT OP VaVpI.

## Literatura

- [1] *Heaviside, O.*: Electrical papers. 2. vyd. American Mathematical Society (United States), 2003, 587 s.
- [2] *Eguchi, M.*: Further Research on Permanently Polarized Dielectric. Proceedings of Phys.-Math. Society of Japan, 1920, roč. 2, č. 7, s. 169-176.
- [3] *Ribeiro, C. J.*: On the thermodielectric effect. Anais da Academia Brasileira de Ciencias. 1950, roč. 3.
- [4] *Gross, B.*: Theory of Thermodielectric effect. Physical Review, 1954, vyd. 94, č. 6, s. 1545-1551.
- [5] *Workman, E.J. – Reynolds, S.E.*: Electrical phenomena occurring during the freezing of dilute aqueous solutions and their possible relationship to thunderstorm electricity. Physical Review, 1950, vyd. 78, s. 254-259.
- [6] *Gross, G.W.*: Freezing Potentials in the System  $H_2O-NH_3-CO_2$  at Controlled Concentrations, Journal of the Atmospheric Sciences 1971, vyd. 28, č. 6, s. 1005-1014.
- [7] *Onsager, L.*: The Collected Works of Lars Onsager (with Commentary). Singapore: World Scientific Publishing, 1996, 1075 s. ISBN 978-981-02-2563-6
- [8] *Eyerer, P.*: Electric charge separation and charge storage during phase changes in the absence of external electric fields: thermodielectric effect (Costa Ribeiro effect) and Workman - Reynolds effect. Advances in Colloid and Interface Science, 1972, roč. 3, č. 3, s. 223-273.
- [9] *Lefebre, V.*: The Freezing Potential Effect, Journal of Colloid and Interface Science, 1967, vyd. 25, s. 263-269.
- [10] *Bronshsteyn, V.L. – Chernov, A. A.*: Freezing potentials arising on solidification of dilute aqueous solutions of electrolytes, Journal of Crystal Growth, 1991, vyd. 112, s. 129-145.
- [11] *Maršík, F. Dvořák, I.*: Biotermodynamika. Praha: Academia, 1998, 270 s. ISBN 80-200-0664-8
- [12] *Freund, M. – Csikos, R. – Keszthelyi, S. – Mozes, Gy.*: Paraffin products: properties, technologies, applications. Budapešť: Elsevier, 1982, 335 s. ISBN 0-444-99712-1

# Demonstrujeme teplotní vodivost

JIŘÍ ERHART – PETR DESEŇSKÝ

Fakulta přírodovědně-humanitní a pedagogická TU, Liberec

## Úvod

Mezi dvěma místy s rozdílnou teplotou dochází k předávání tepla. Omezíme-li se pouze na nejjednodušší mechanismus přenosu tepla tepelnou výměnou, lze přenesené teplo charakterizovat pomocí veličiny zvané tepelný tok

$$J_Q = \frac{\partial Q}{\partial t} \approx \frac{\Delta Q}{\Delta t}, \quad [\text{W}]. \quad (1)$$

Veličina udává teplo přenesené za jednotku času. To je pochopitelně veličina závislá na geometrii přenosu a vlastnostech materiálu. Tepelný tok lze vyjádřit pomocí těchto vlastností jako

$$J_Q = \lambda S \frac{T_2 - T_1}{d}, \quad (2)$$

kde  $\lambda$  [ $\text{W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ ] je součinitel tepelné vodivosti,  $S$  je plocha, kterou se teplo kolmo přenáší na vzdálenost  $d$  s teplotním rozdílem  $T_2 - T_1$ . Součinitel tepelné vodivosti  $\lambda$  charakterizuje přenášené teplo, nikoliv však rozložení teploty v prostoru. Rovnice vedení tepla je však již celkem složitou parciální diferenciální rovnicí pro teplotu  $T(x, t)$  jako funkci času  $t$  a polohy  $x$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \left( \frac{\lambda}{\rho c} \right) \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = 0, \quad (3)$$

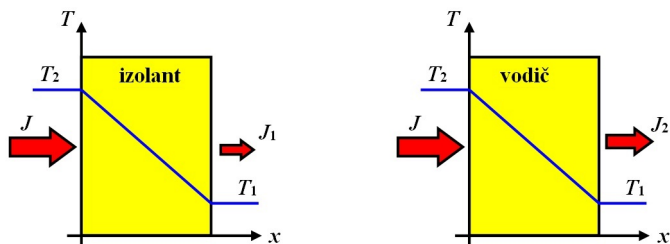
jdoucí již nad rámec středoškolské fyziky. Obsahuje jen jediný materiálový koeficient – součinitel vedení teploty

$$\chi = \frac{\lambda}{\rho c}, \quad [\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}], \quad (4)$$

kde  $\rho$  je hustota prostředí a  $c$  je jeho měrná tepelná kapacita. Tento koeficient potom charakterizuje časovou a prostorovou závislost rozložení

teploty. Rovnici vedení tepla nelze obecně řešit pro libovolné zadání okrajových a počátečních podmínek. Lze však alespoň jednoduše najít ustálené rozdělení teploty v prostoru.

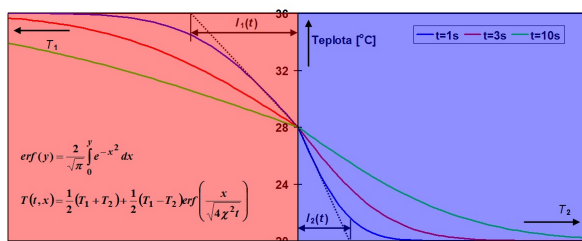
To je charakterizováno ustáleným spádem teploty, který není závislý na materiálových vlastnostech prostředí. Při stejném ustáleném profilu teploty se však liší tepelný tok materiálem. V tepelně dobře izolujících materiálech je tok menší, v tepelně dobře vodivých materiálech pak velký (obr. 1).



Obr. 1 Profil teploty a tepelný tok v tepelně izolačním a tepelně vodivém materiálu. Při stejném ustáleném rozdělení teploty je tepelný tok  $J_2$  přenesený tepelně vodivým materiálem větší než tok  $J_1$  tepelně izolujícím prostředím.

## Parabolický zákon šíření teplotní změny v prostoru

Předpokládejme nyní pro jednoduchost dvě materiálová prostředí vyplňující sousedící poloprostory s různými vlastnostmi a s rovinným rozhraním podle obr. 2. Pro odvození šíření tepla na rozhraní dvou těles použijme postup podle [1].



Obr. 2 Prostorový průběh teploty v závislosti na čase na rozhraní dvou prostředí. Vlevo je teplejší ( $T_1 = 36 \text{ }^\circ\text{C}$ ,  $\chi = 0,2 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$ ) a vpravo chladnější těleso ( $T_2 = 20 \text{ }^\circ\text{C}$ ,  $\chi = 0,1 \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$ ). Teplota na rozhraní je na čase nezávislá a rovna  $T_0 = 28 \text{ }^\circ\text{C}$ , vyznačeny jsou také rozdílné hloubky průniku teplotní změny v jednotlivých tělesech  $l_1$  a  $l_2$ .

Ve velké vzdálenosti od rozhraní nechť mají prostředí limitně teploty  $T_1$  a  $T_2$ . Po vzájemném kontaktu obou prostředí na jejich rozhraní dochází k přenosu tepla z tělesa teplejšího ( $T_2$ ) na těleso chladnější ( $T_1$ ). Stejná (malá) změna teploty  $\Delta T$  nastane v jednotlivých prostředích v čase  $t$  v hloubkách  $l_1(t)$  a  $l_2(t)$ . Přitom musí být teplo přenesené do této hloubky za jednotku času rovno tepelnému toku rozhraním za tento čas  $t$ , tj.

$$\rho S l(t) c \Delta T = \lambda S \frac{\Delta T}{l(t)} t, \quad (5)$$

kde  $S$  je plocha rozhraní. Odtud je potom

$$l(t) = \sqrt{\frac{\lambda}{\rho c} t} = \sqrt{\chi t}. \quad (6)$$

Hloubka průniku teploty do prostředí závisí podle tohoto zákona parabolicky na čase a lze vypočítat také teplotu  $T_0$ , která se ustálí na rozhraní obou prostředí. Tepelný tok vycházející z teplejšího tělesa musí být roven tepelnému toku vstupujícímu do tělesa chladnějšího, tedy

$$\lambda_1 S \frac{T_0 - T_1}{l_1(t)} = \lambda_2 S \frac{T_2 - T_0}{l_2(t)}. \quad (7)$$

Odtud po dosazení z rovnice (6) je

$$T_0 = \frac{T_2 + \nu T_1}{1 + \nu}, \quad (8)$$

kde bezrozměrový koeficient  $\nu$  je definován vztahem

$$\nu = \sqrt{\frac{\lambda_1 \rho_1 c_1}{\lambda_2 \rho_2 c_2}}. \quad (9)$$

Rovnici (8) pak můžeme použít pro aproximaci teploty na dotyku naší ruky a nějakého prostředí. Lidské tělo má receptory teploty umístěny v malé hloubce pod kůží a ty pak prakticky registrují teplotu rozhraní kůže – materiál. Vlastnosti lidského těla aproximujme pro jednoduchost vlastnostmi vody, ze které je tělo z valné části složeno. Při dotyku těla o teplotě  $36^\circ\text{C}$  na tělese o teplotě  $20^\circ\text{C}$  přechází teplo z naší ruky do materiálu a předmět vnímáme jako chladnější – viz Tabulku 1 s vlastnostmi

látek a dotykovými teplotami. Dřevo se zdá na dotyk ruky „teplejší“ než kov, i když mají stejnou teplotu 20 °C. Naopak při dotyku rukou na těleso v sauně, kde je teplota kolem 100 °C, přechází teplo z tělesa do kůže ruky. Vede-li materiál teplo lépe, cítíme ho jako „teplejší“. Při teplotě 100 °C v sauně tak cítíme dřevěnou lavici jako „chladnější“ než kov, o který se v sauně zaručeně škaredě spálíme. Dotyková teplota na dřevěnou lavici je totiž 44 °C, teplota na dotyku s kovem potom již nebezpečných 94 °C. V sauně se proto používají materiály s malou teplotní vodivostí a nedotýkáme se tam kovových součástí.

**Tabulka 1** Vlastnosti různých materiálů a dotykové teploty při kontaktu s lidskou rukou  $T_1 = 36$  °C, teplota materiálů  $T_2 = 20$  °C.

Materiál	$c$ [J · kg <sup>-1</sup> · K <sup>-1</sup> ]	$\lambda$ [W · m <sup>-1</sup> · K <sup>-1</sup> ]	$\rho$ [kg · m <sup>-3</sup> ]	$\chi$ [10 <sup>-7</sup> m <sup>2</sup> · s <sup>-1</sup> ]	$\nu$ [-]	$T_0$ [°C]
Voda	4 180	0,63	1 000	1,5	1	28,0
Vzduch	1 010	0,026	1,2	210	0,0035	35,9
Dřevo	900	0,13	500	2,9	0,15	34,0
Žula	820	1,4	2 700	6,3	1,1	28,0
Hliník	896	236	2 700	976	15	21,0

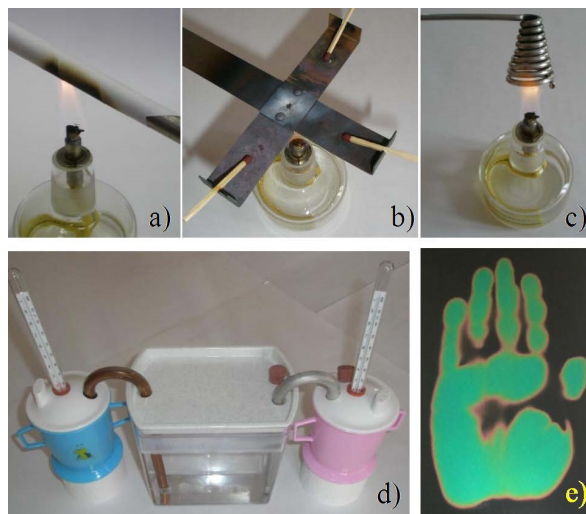
## Experimenty na tepelnou vodivost

Existuje celá řada experimentů a školních demonstrací, které ukazují na různou tepelnou vodivost látek. Velmi často kombinují efekt vedení tepla a prostorového rozložení teploty. Vzhledem k tomu, že většinou nemáme možnost přímo zobrazovat rozložení teploty nebo tepelné toky, využívá se jiných fyzikálních vlastností jako je např. teplotní délková a objemová roztažnost, teplota tání nebo vzplanutí materiálu, průměrná teplota kapaliny, změna barvy kapalného krystalu atd. Mezi školní demonstrace tepelné vodivosti patří obvyklé experimenty s tepelnou vodivostí kovů (obr. 3):

- Nevzplanutí papírového pásku těsně motaného na kovové tyči zahříváné v plameni (obr. 3a). Teplo je zde rychle odváděno kovovou tyčí a nedojde tak ke vzrůstu teploty potřebné k zapálení papíru.
- Vedení tepla kovovým páskem/tyčí, kdy dosažení určité teploty je signalizováno táním voskových kuliček přilepených na pásku, nebo vzplanutím zápalky (obr. 3b).
- Zhasnutí plamene kahanu stíněného kovovou spirálou (obr. 3c).

- Zahřívání chladné vodní lázně od jiné teplejší lázně propojené kovovým tepelným můstkem (obr. 3d).
- Tepelná vodivost ve vrstvě kapalných krystalů, zobrazení rozložení teploty pomocí barvy krystalů (obr. 3e).

Čtenář si jistě doplní řadu dalších pokusů na demonstraci tepelné vodivosti. Poměrně zřídka lze vidět interaktivní exponáty, kde si lze tepelnou a teplotní vodivost vyzkoušet vlastníma rukama.



Obr. 3 Experimenty pro demonstraci tepelné vodivosti: a) Nevzplanutí papíru těsně namotaného na kovové tyči, b) tepelná vodivost v páscích různých kovů (mosaz, železo a měď), c) uhašení plamene kovovou spirálou, d) vedení tepla kovovým můstkem z teplejší kapaliny do chladnější, e) rozložení teploty po dotyku ruky na folii s kapalnými krystaly (barvy zobrazují teploty v rozmezí 25 – 30 °C). Experimenty b) až d) jsou z produkce firmy Ariane Schola.

### Interaktivní nástěnka pro demonstraci dotykové teploty

Dotyková teplota je demonstrována na pěti rozdílných materiálech s teplotou okolního prostředí (obr. 4). Při dotyku rukou na panely dochází k odvodu tepla z ruky do panelu a všechny panely se tak zdají „chladnější“ než naše ruka. Zajímavé ovšem je, že různé materiály se zdají různě „chladné“ ačkoliv na připojených teploměrech si můžeme přecíst stejnou

teplotu všech panelů. Nejchladnější se zdá na dotyk kov (hliník, dural), dále pak žula, potom plast (Silon) a naopak nejteplejší jsou panely ze dřeva a tepelně izolačního plastu (Trovitex). Experimentátor si může dotykem ruky porovnat dotykové teploty jednotlivých materiálů a srovnat si svá pozorování s jejich skutečnou teplotou uvedenou na teploměru. Při dlouhodobějším přiložení ruky na kovový panel si také může zkontrolovat postupný nárůst teploty na tomto panelu. Teplo ruky je přenášeno vodivým kovem do panelu a postupně se jeho teplota zvýší až o několik stupňů. Nástěnka je doplněna textem s návodem k použití, vysvětlením pozorovaných jevů a výpočtem dotykové teploty pro dotyk ruky na různé materiály. Na doplnění je celý interaktivní exponát nasvícen pomocí LED pásků a při umístění na chodbě je osvětlení zapínáno pomocí pohybového čidla při přiblížení žáka.



Obr. 4 Interaktivní nástěnka demonstraci dotykové teploty na různých druzích materiálů – dole zleva panely materiálů: plast (Trovitex), kov (hliník), dřevo, žula, plast (Silon).

## Závěr

Experimenty demonstrující tepelnou a teplotní vodivost látek jsou velmi efektní při výuce fyziky a často dávají obecně nečekané a překvapivé výsledky. Přehled běžně provozovaných demonstrací tepelné vodivosti jsme doplnili o nový interaktivní exponát ukazující názorně na vlastní zkušenosti rozdílnost teplotní vodivosti dobře a špatně tepelně vodivých látek jako jsou kov, žula a dřevo, plasty.

## Poděkování

Autoři děkují za podporu grantu SGS FP-TUL 19/2012.

## Literatura

- [1] A. V. Bjalko: Těplo tvojich ruk, Kvant (1987) č. 4, s. 3-7 (rusky).

# Úlohy z termiky pro fyzikální olympioniky

PAVEL KABRHEL – IVO VOLF

ÚK FO, Univerzita Hradec Králové

Tematický celek Termika je součástí výuky fyziky jednak na základní škole, jednak na střední škole. V obou případech vychází z reálných představ žáků, ale výklad i následně řešení problémů je opřeno o dva základní pojmy, jejichž vysvětlení je poměrně nesnadné. Prvním pojmem je *teplota*. Patří mezi základní fyzikální veličiny v Mezinárodní soustavě jednotek (s jednotkou  $^{\circ}\text{C}$  zejména na základním stupni vzdělávání a s jednotkou K, popř.  $^{\circ}\text{C}$  na školách středních). Představu o veličině teplota vytváříme postupně od subjektivních vjemů až po vyjádření toho, že se změnami teploty dochází ke změně dalších fyzikálních veličin, jež jsou měřitelné a jež nám pomohou při měření teploty.



Dalším pojmem je *teplo*, které vystupovalo před 250 lety ve fyzikálních vědách jako „kalorikum“, tedy fluidum „bez tíhy, barvy a zápachu“, jehož zavedení však umožnilo vytvořit tzv. kalorimetrickou „směšovací“ rovnici, kterou používáme dodnes. Jako motivace i procvičení pak slouží základní úlohy, které vedou ke stanovení výsledné teploty  $t$  poté, co se dostanou do dokonalého tepelného kontaktu dvě tělesa, z nichž jedno o hmotnosti  $m_1$  a teplotě  $t_1$  je popsáno měrnou tepelnou kapacitou  $c_1$  a druhé těleso o hmotnosti  $m_2$  a teplotě  $t_2 > t_1$  psáno měrnou tepelnou kapacitou  $c_2$ . Použitá forma kalorimetrické rovnice je

$$m_1 c_1 (t - t_1) = m_2 c_2 (t_2 - t).$$

Odtud potom určíme výslednou teplotu  $t$

$$t = \frac{m_1 c_1 t_1 + m_2 c_2 t_2}{m_1 c_1 + m_2 c_2}.$$

Kromě toho nám kalorimetrická rovnice umožňuje stanovit jednak teplotu tělesa před procesem „směšování“, známe-li výchozí teplotu některého ze dvou těles a dosaženou výslednou teplotu, jednak určení měrné tepelné kapacity jedné z látek, dokonce i výpočet hmotnosti jednoho z uvedených těles, jejichž hmotnosti se vyskytují v kalorimetrické rovnici. Další možnost je v tom, že kromě výměny tepla můžeme v kalorimetrické rovnici najít i takové případy, kdy musíme vzít v úvahu i změny skupenství (tedy fázové přeměny). Tato problematika se spíše týká učiva středoškolského, kde uvádíme kvantitativní informace.

Fyzikální olympiády na úrovni základního vzdělávání (tedy na základních školách a víceletých gymnáziích) vyžadují, aby soutěžícím byly předkládány zajímavé, na základě jejich dosažených vědomostí a dovedností přiměřené, ale taky dostatečně náročné úlohy, kterými většinou nemohou být standardní úlohy z běžné výuky. Proto hledáme úlohy, jež těmto podmínkám vyhovují. U středoškolského vzdělávání pak úlohy tohoto typu a zaměření mohou uspokojit náročnější žáky, kteří se vyrovnají se základní úrovní a mají požadavky na řešení náročnějších problémů. V dalších odstavcích několik takových úloh předvedeme. Problémy v nich obsažené jsou takového rázu, že mohou naznačit: fyzika je opravdu kolem nás, jen ji musíme rozpoznat a zachytit.

## Problém 1: Rychlovarná konvice



Při přípravě ranní kávy pro rodinu potřebujeme 1,2 litru vody o teplotě 95 °C. K ohřátí vody použijeme tzv. rychlovarnou konvici, na jejímž štítku je údaj o elektrickém příkonu (popř. o tepelném výkonu) konvice 1 800 W až 2 200 W. Protože dochází při zahřívání vody k tepelným ztrátám, odhadneme tepelnou účinnost konvice na 85 %. Když vodu nalijeme do konvice, ustálí se její teplota na hodnotě 15 °C. Stanovte, zda je možno horkou vodu získat do 5,0 min od zapnutí konvice.

*Poznámky k vytvoření modelové situace:* Při zahřívání vody v konvici o příslušný teplotní rozdíl využijeme vztahu pro výpočet tepla,  $Q = mc\Delta t$ . Teplo získáme na základě tepelných účinků elektrického proudu,  $Q = P\tau$ , kde  $\tau$  je doba, potřebná pro ohřátí vody na příslušnou teplotu. Na ohřívání vody však využijeme v rychlovarné konvici jen  $\eta = 85\%$ .

*Řešení:* Napíšeme rovnici pro výměnu tepla:

$$P_0\eta\tau = mc\Delta t$$

Získaná hodnota po dosazení  $c = 4200 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$  a střední hodnoty možného výkonu (příkonu) 2 000 W je  $\tau = 237 \text{ s}$ , tedy o něco méně než 4 min.

## Problém 2: Ověření výpočtu

Situaci uvedenou v minulém problému si dovedeme nejen názorně představit, ale můžeme si ověřit, zda údaj, k němuž jsme došli, je reálný. Naplňte konvici vodou o objem 1,2 litru, předpokládejme, že teplota vody tekoucí z vodovodu je opravdu 15 °C a že se rychlovarná konvice sama vypne při dosažení teploty o něco nižší než je teplota varu vody, tedy 95 °C. Určete potom, jaká je přibližně účinnost konvice.

*Poznámky k vytvoření modelové situace:* Stanovíme teoretickým výpočtem dobu, za níž by se voda na uvedenou teplotu ohřála bez ztrát tepla, a potom změříme reálnou dobu ohřívání vody, po níž se konvice sama vypne. Podíl těchto dvou údajů nás dovede k reálnější hodnotě účinnosti.

*Řešení:* Vyjdeme z údaje výkonu 2 000 W. Teoreticky zjištěná doba nutná ke zvýšení teploty vychází 202 s, naměřená doba nutná pro zahřátí je např. 250 s. Účinnost rychlovarné konvice nám poté vychází 81 %.

### **Problém 3:** Jak se vaří káva na starém vařiči na chalupě?



Stejnou situaci tentokrát promítneme na chalupu, která je v mnoha domácnostech jakýmsi „odkladištěm“ starých přístrojů, nábytku a.j. Tam můžeme najít i prastarý vařič, který obsahoval keramickou vložku, do níž byl umístěn drát, stočený do šroubovice, který se při průchodu proudem rozžhavlil a sáláním přenášel teplo na dno plechového hrnku, ovšem ztráty dosahované na tomto vařiči, představovaly až 55 % spotřebované elektrické práce. Za jak dlouho bylo možno ohřát vodu v tomto zahřívacím zařízení?

*Poznámky k vytvoření modelové situace:* Celý problém není v podstatě úplně jiný – změnil se pouze některé fyzikální charakteristiky, zejména účinnost přenosu tepla, která dosahuje nyní hodnoty jen 45 %. Jinak použijeme stejného přístupu i stejných fyzikálních rovnic.

*Řešení:* Na základě výpočtu nám vyšla doba zahřívání na starém vařiči 448 s, tedy asi 7,5 min, přičemž se také zvětšila elektrická práce, kterou popíšeme „spotřebu elektřiny“, a to asi na dvojnásobek.

### **Problém 4:** Vadná konvice se sama nevypnula

Stalo se jednou, že rychlovarná konvice z problému 1 se sama automaticky nevypnula a maminka ji musela vypnout ručně, a to až po 10 minutách. Popište kvalitativně i kvantitativně děje, k nimž mohlo dojít.

*Poznámky k vytvoření modelové situace:* Jestliže konvice zahřívala vodu po dobu 10 minut, voda v konvici se ohřála na 100 °C a potom se začala při této teplotě vypařovat. Určíme tedy objem vypařené vody.

*Řešení:* Práce po dobu 10 min, kterou vykonal elektrický proud, o hodnotě  $W = P_0 \tau$ , se projevila tepelnými účinky, takže vzniklo teplo  $Q = P_0 \eta \tau$ , číselně 1,02 MJ. Teplo potřebné k ohřátí vody z teploty 15 °C na 100 °C vychází 428,4 kJ, takže zbývá do uvedené hodnoty ještě 591,6 kJ. Měrné teplo varu (vypařování při teplotě varu) pro vodu činí  $2,3 \text{ MJ} \cdot \text{kg}^{-1}$ , takže

podíl nám dává 0,257 kg, tedy z rychlovarné konvice se mohlo vypařit přibližně 0,257 litru vody a v konvici zbyl ještě skoro 1 litr vody o teplotě 100 °C.

### Problém 5: Voda přitéká do vany



Do koupelnové vany může přitékat studená voda o teplotě 15 °C objemovým tokem 9,0 litrů za minutu a teplá voda o teplotě 75 °C objemovým tokem 6,0 litrů za minutu. Jaká bude teplota vody po ustálení výměny tepla, když voda přitékala 7,5 min?

*Poznámky k vytvoření modelové situace:* Úlohu budeme řešit tak, jakoby nedocházelo průběžně k výměně tepla či jakoby ve směšovacím ventilu nedocházelo k tepelným dějům, ale v našem modelu necháme odtéci zvlášť teplou vodu a potom zvlášť studenou. Teplé vody o teplotě 75 °C bude 45 litrů, studené vody o teplotě 15 °C bude 67,5 litru. Dále budeme pokračovat podle kalorimetrické rovnice.

*Řešení:* Výslednou teplotu určíme z kalorimetrické rovnice,  $t = 39$  °C; nepředpokládáme tedy, že vana byla kovová a část tepla byla využita na ohřátí vany.

### Problém 6: Voda přitéká do vany a v obýváku zvoní telefon

Do koupelnové vany přitéká vody stejně jako v minulém případě, ale poté, co uplynula doba 5,0 min, zaznělo zvonění pevné linky. Linda nechala vodu do vany natékat, ale odběhla si zavolat a zpátky se vrátila až po 12,0 minutách od začátku natékání. Jak se změnila teplota vody ve vaně?

*Poznámky k vytvoření modelové situace:* Voda přitékala kratší dobu do okamžiku, než Linda odběhla, ale delší dobu, než se zase vrátila zpět. Celkem nateklo do vany 72 litrů teplé vody a 108 litrů studené vody. Dále pokračujeme obdobně jako v předcházejícím případě.

*Řešení:* Použijeme stejného vztahu a získáme výslednou teplotu opět 39 °C. Důvodem jsou vstupní data (stejné teploty obou proudů vody, teplého i studeného), přičemž poměr minutových objemů vody zůstává stejný. Napíšeme-li podíl  $m_1 : m_2$ , potom tento poměr nezávisí na době přitékání. Horší situace je s celkovým objemem vody, který se zvýšil na hodnotu 180 litrů. Délka běžné vany je asi 1,6 m, šířka vany asi 60 cm, odtud

nám vychází, že ve vaně je hladina vody ve výšce necelých 2 dm (přesněji 18,75 cm). Ve vaně se může vykoupat i Linda (předpokládejme, že její hmotnost je 60 kg, objem asi 60 litrů, tedy hladina stoupne při ponoření celého jejího těla o 6,25 cm, tedy hladina vody bude asi 25 cm nade dnem vany.

### Problém 7: Průtokový ohřívač



Do elektrického průtokového ohřívače v koupelně vstupuje voda o teplotě 15 °C a teplota vody vytékající z ventilu pro teplou vodu má teplotu 65 °C. Předpokládáme-li, že účinnost zahřívacího zařízení je 100 %, jaký minimální výkon musí mít ohřívač, jestliže z něj vytéká voda o minutovém objemu 0,6 litru/min.

*Poznámky k vytvoření modelové situace:* Při řešení tohoto problému na základní i na střední škole se objevuje potíže – jak úlohu zjednodušit pro případ, že do ohřívače vstupuje voda o počáteční teplotě 15 °C a vystupuje voda o teplotě 65 °C, takže se voda v průběhu průtoku ohřeje postupně o 50 °C. Úlohu zjednodušíme tak, že z kontinuálního průběhu uděláme děj diskrétní. Vodu necháme po dobu 1 min natéci do ohřívače, potom 1 min necháme ohřívat a nakonec voda při získané teplotě vyteče, aby se na její místo dostala voda studená. Teplo, jež získá voda při ohřátí, nám potom umožní stanovit výkon.

*Řešení:* Teplo  $Q = mc\Delta t = 126 \text{ kJ}$ , doba trvání ohřevu je 60 s, výkon zahřívání 2,1 kW při stoprocentní účinnosti. Ve skutečnosti bude muset být výkon ohřívače větší.

### Problém 8: Jak zvětšit přítok teplé vody?

V domácnosti bylo třeba zvýšit dodávku teplé vody z průtokového ohřívače v koupelně (tzv. bojleru), a tak byl dosavadní ohřívač nahrazen novým s tepelným výkonem 3,6 kW, ale současně byla snížena teplota vytékající teplé vody z bojleru na 60 °C. Jak se zvýšil průtok teplé vody při plně otevřeném ventilu?

*Poznámky k vytvoření modelové situace:* Byl zvýšen tepelný výkon o 75 %, při snížené výstupní teplotě (ohřívání jen o 45 °C namísto 50 °C) se musí projevit o 10 %. Potřebný objemový tok určíme výpočtem.

*Řešení:* Hmotnost protékající vody za 1 min označíme  $m = V\rho$ , kde  $\rho = 1000 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ , teplo potřebné za minutu k ohřátí vody  $Q = mc\Delta t = V\rho c\Delta t$ , když  $Q = P\tau$ . Po dosazení a po příslušných výpočtech je průtočný objem (objemový tok, minutový objem)  $1,14 \text{ litru} \cdot \text{min}^{-1}$ .

### **Problém 9:** Radiátor ústředního topení



Přívodní trubka k radiátoru ústředního (etážového) topení v bytě má teplotu  $80 \text{ }^\circ\text{C}$ , z tohoto radiátoru odchází voda o teplotě  $30 \text{ }^\circ\text{C}$ . Odhadněme, že nuceným oběhem protéká radiátorem teplá voda s objemovým tokem  $1,0 \text{ litru} \cdot \text{min}^{-1}$ . Jaký je tepelný výkon radiátoru?

*Poznámky k vytvoření modelové situace:* Problém budeme řešit obdobně jako ohřívání vody, ale jde o ochlazování teplé vody procházející radiátorem. Opět přistoupíme k pulzačnímu uvažování – vodu necháme po dobu 1 min ochlazovat v radiátoru z teploty  $80 \text{ }^\circ\text{C}$  na  $30 \text{ }^\circ\text{C}$ .

*Řešení:* Při průtoku 1 litru vody radiátorem za minutu musí být za tuto dobu odebráno teplo, které vyjádříme pomocí vztahu  $Q = mc\Delta t = V\rho c\Delta t$ , tedy  $210 \text{ kJ}$ , proces chladnutí trvá  $60 \text{ s}$ , tedy tepelný výkon  $P = Q/\tau = 3\,500 \text{ W} = 3,5 \text{ kW}$ .

### **Problém 10:** Na podzim se začíná topit

Je třeba stanovit, jaké situace při zahájení topné sezóny mohou v soustavě ústředního topení nastat a jak se postarat o to, aby všechny radiátory topily tak, jak to po nich požadujeme.

*Poznámky k vytvoření modelové situace:* Jedná se především o uvedení kotle do chodu, dále o tzv. odvzdušnění topného systému. Vysvětlíte, čemu všemu lze odvzdušněním zabránit. *Řešení:* Navštivte školníka ve vaší škole, popř. majitele některého rodinného domku, aby vás poučil o problematice ústředního nebo etážového topení.

Jestliže se vám naše úlohy zalíbily, můžete se těšit na pokračování, které máme pro vás již přichystáno.