

### 3.4 Ověření Thomsonova vztahu – sériový obvod RLC

Online: <http://www.sclpx.eu/lab3R.php?exp=9>

Tímto experimentem ověřujeme známý vztah (3.4.1) pro frekvenci LC oscilátoru, který platí jak pro sériové, tak i paralelní zapojení cívky a kondenzátoru. Vzhledem k tomu, běžné školní laboratorní zdroje střídavého proudu pracují pouze s frekvencí 50 Hz, není klasickým způsobem možné tuto frekvenční závislost ověřit.

My jsme, jako zdroj střídavého napětí, použili výstup zvukové karty, jehož výstupní napětí se pohybuje v řádu stovek mV. Maximální hodnota na výstupu zvukové karty může dosáhnout přibližně 1,5 V [6]. Pomocí programu Visual Analyser můžeme libovolně nastavit frekvenci sinusového střídavého signálu a ověřit tak nejen Thomsonův vztah, ale např. i frekvenční závislost kapacitance a indukčnosti nebo experimentálně určit indukčnost cívky či kapacitu kondenzátoru, jak je popsáno v následující kapitole 3.5.

V našem provedení experimentu jsme se rozhodli pro sériové LC zapojení, protože výpočet impedance je pro žáky jednodušší než v případě paralelního obvodu RLC.

K provedení experimentu také potřebujeme vyrobit kabel, který má na jednom konci konektor jack 3,5 mm a druhý konec je opatřen banánky s krokosvorkami. U konektoru jack stačí zapojit pouze levý kanál.

Z opakovaných měření kapacity kondenzátoru a indukčnosti cívky plyne, že digitální multimetr VA18B měří přesně v rozsahu 50 Hz – 2500 Hz i mimo udávaný frekvenční rozsah 40 Hz – 400 Hz, viz *Měření kapacity kondenzátoru*. Frekvenci střídavého napětí pak dokáže měřit v rozsahu 10 Hz – 1 MHz.

#### Úvod

Pro vlastní frekvenci LC oscilátoru platí obecně známý vztah (3.4.1), viz [45], který je shodný pro sériové i paralelní zapojení kondenzátoru o kapacitě  $C$  a cívky s indukčností  $L$ :

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \quad (3.4.1)$$

Pro impedanci RLC sériového obvodu platí vztah (3.4.2):

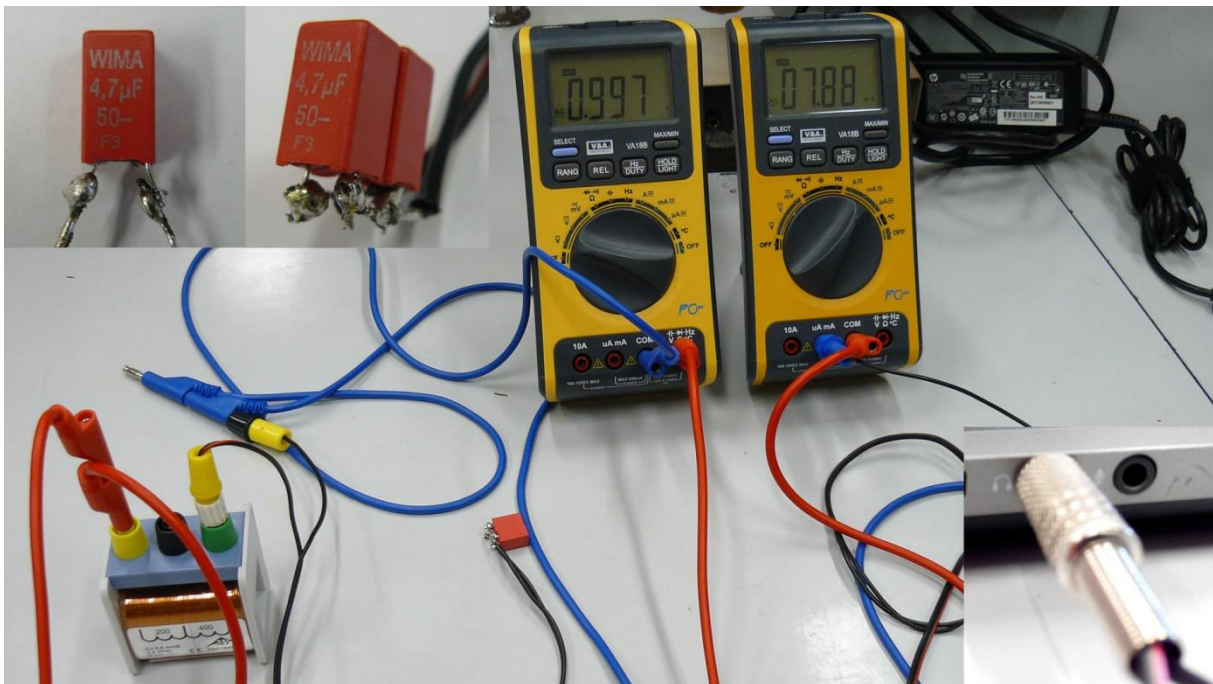
$$Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}, \quad (3.4.2)$$

ze kterého plyne, že pro frekvenci střídavého proudu, která je rovna vlastní frekvenci  $f_0$ , je impedance obvodu nejmenší.

**Pomůcky:** multimetr VA18B (2 ks), svítkový kondenzátor 4,7  $\mu\text{F}$  (3 ks), cívka:  $N = 600$ ,  $L = 6$  mH,  $R = 4,2$   $\Omega$ , propojovací vodiče, vodič jack 3,5 mm / 2 banánky, PC (notebook), Visual Analyser

### Postup práce

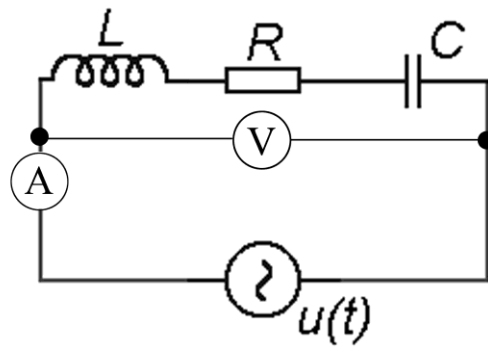
Uspořádání experimentu je patrné z obrázku 3.4.1 s detailním pohledem na výstupní konektor v pravém dolním rohu obrázku a na paralelně zapojené kondenzátory v levém horním rohu.



Obrázek 3.4.1 Uspořádání experimentu – sériové zapojení RLC

Cívku a kondenzátor zapojíme do série s ampérmetrem, jehož rozsah nastavíme na mA a pomocí tlačítka SELECT zvolíme měření střídavého proudu. Voltmetrem měříme napětí na cívce a kondenzátoru. Schéma zapojení je na obrázku 3.4.2.

Protože každá reálná cívka má i ohmický odpor, je na níže uvedeném schématu zobrazen jako rezistor s odporem  $R$ . Další rezistor tedy nepotřebujeme a vystačíme si pouze s cívkou a kondenzátorem.



Obrázek 3.4.2 Schéma zapojení – Ověření Thomsonova vztahu

Výstup zvukové karty slouží jako zdroj střídavého napětí, které pomocí speciálního vodiče s konektorem jack 3,5 mm přivedeme na svorky sériového RLC obvodu.

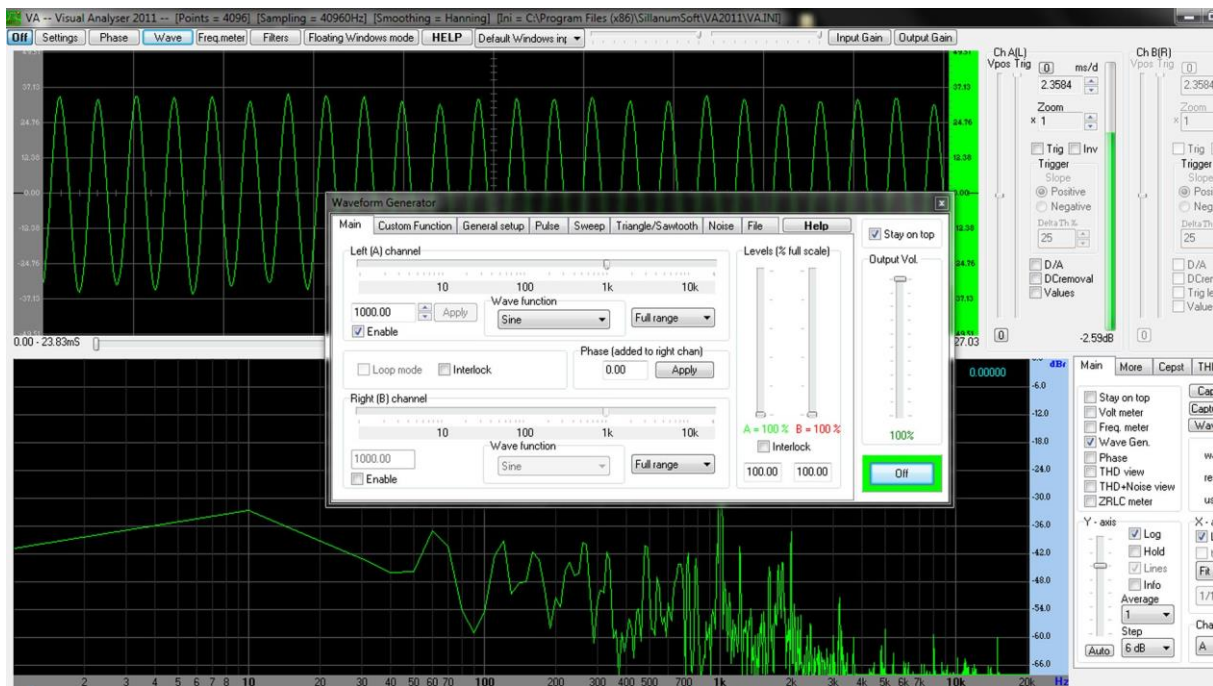
Jeden multimetr VA18B zapojíme jako ampérmetr, přičemž navolíme střídavý typ proudu (na displeji vlevo se objeví AC) a rozsah mA. Druhým multimetrem měříme velikost střídavého napětí mezi kondenzátorem a cívkou.

Spustíme program Visual Analyser, ve kterém zapneme v horním menu tlačítkem *Wave* generátor sinusového signálu. Vypneme pravý kanál (*Right B channel*), úroveň kanálu A (*Levels A*) i celkovou hlasitost (*Output Vol.*) nastavíme na 100 %. Nastavíme počáteční frekvenci 100 Hz a tlačítkem *On* spustíme generátor, viz obrázek 3.4.3. Frekvenci postupně zvyšujeme po cca 200 Hz až do frekvence 3000 Hz. V okamžiku, kdy zaznameneáme na ampérmetru nejnižší hodnotu proudu, můžeme proměřit okolí této frekvence po cca 50 Hz.

Z naměřených hodnot napětí a proudu vypočítáme hodnotu impedance  $Z = \frac{U}{I}$  a vyneseme do grafu závislost impedance na frekvenci. Nakonec se z grafu pokusíme určit rezonanční frekvenci  $f_0$ , která odpovídá nejmenší hodnotě  $Z$ .

Měření provedeme nejprve pro jeden kondenzátor o kapacitě  $4,7 \mu\text{F}$  a poté pro dva paralelně zapojené kondenzátory o kapacitě  $4,7 \mu\text{F}$ , jejichž výsledná kapacita je  $9,4 \mu\text{F}$ .

Výběr naměřených hodnot pro  $C_1$ , resp.  $C_2$  je uveden v tabulce 3.4.1, resp. 3.4.2. Grafická závislost impedance a proudu sériového RLC obvodu na frekvenci pro  $C_1 = 4,7 \mu\text{F}$  je na obrázku 3.4.4, resp. pro  $C_2 = 9,4 \mu\text{F}$  na obrázku 3.4.5.



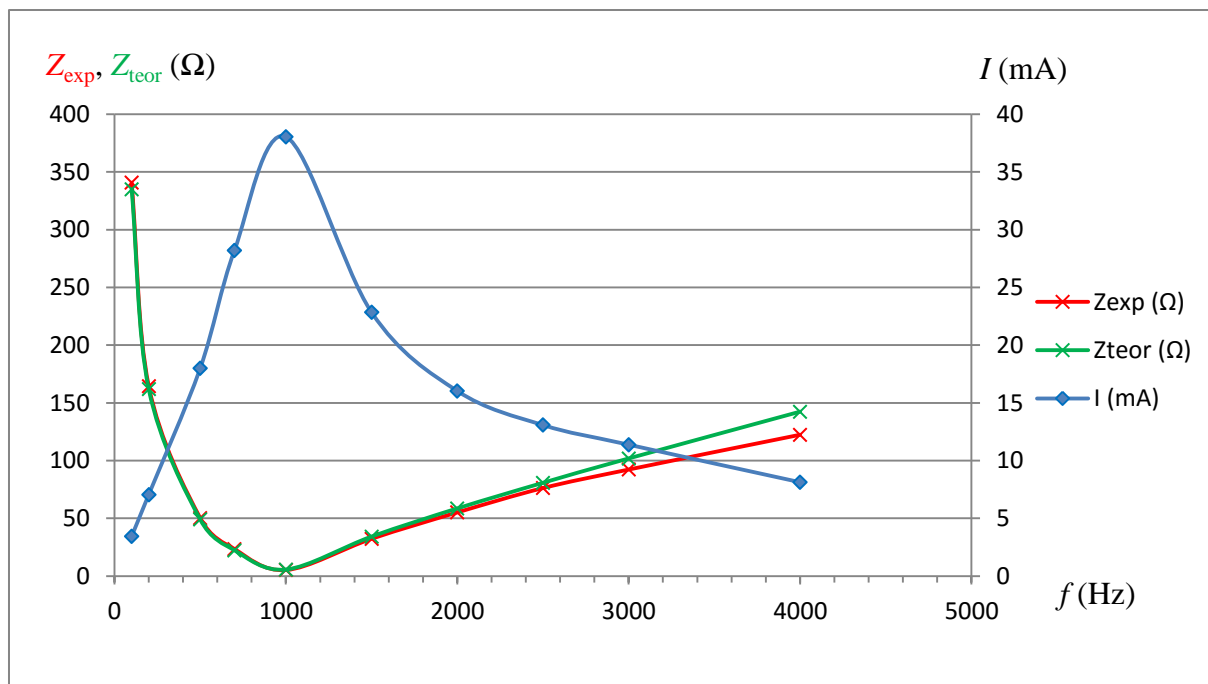
Obrázek 3.4.3 Nastavení výstupní frekvence v programu Visual Analyser – Ověření Thomsonova vztahu

**Tabulka 3.4.1** Impedance sériového RLC obvodu v závislosti na frekvenci ( $C_1 = 4,7 \mu\text{F}$ )

$f$ (Hz)	$U$ (V)	$I$ (mA)	$Z$ ( $\Omega$ )	$Z_{\text{teor}}$ ( $\Omega$ )
100	1,172	3,43	341	335
200	1,161	7,06	164	162
500	0,905	17,99	50	49
700	0,661	28,20	23	22
1000	0,199	38,04	5	6
1500	0,738	22,84	32	34
2000	0,884	16,03	55	59
2500	0,997	13,08	76	81
3000	1,050	11,38	92	102
4000	0,995	8,13	122	142

Hodnoty impedance  $Z_{\text{teor}}$  jsou vypočítány ze vztahu (3.4.2) pro parametry  $R = 4,2 \Omega$ ,  $L = 6 \text{ mH} = 0,006 \text{ H}$  a  $C_1 = 4,7 \mu\text{F}$ .

V grafu na obrázcích 3.4.4 a 3.4.5 jsou červeně zobrazena experimentálně naměřená data, zelenou barvu má teoretická křivka a modře je znázorněna křivka proudu.



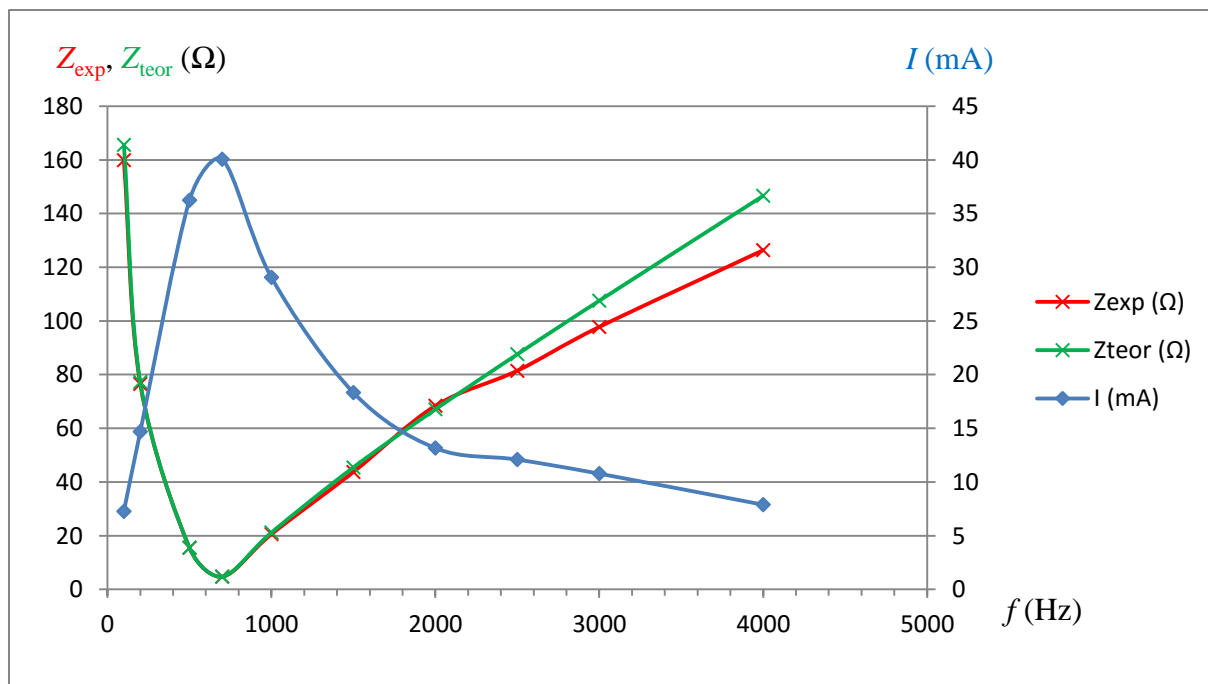
Obrázek 3.4.4 Graf závislosti impedance a proudu na frekvenci sériového RLC obvodu podle tabulky 3.4.1

**Tabulka 3.4.2** Impedance sériového RLC obvodu v závislosti na frekvenci ( $C_2 = 9,4 \mu\text{F}$ )

$f$ (Hz)	$U$ (V)	$I$ (mA)	$Z$ ( $\Omega$ )	$Z_{\text{teor}}$ ( $\Omega$ )
100	1,164	7,28	160	335
200	1,125	14,69	77	162
500	0,562	36,24	16	49
700	0,189	40,05	5	22
1000	0,598	29,06	21	6
1500	0,802	18,33	44	34
2000	0,900	13,16	68	59
2500	0,985	12,09	81	81
3000	1,054	10,78	98	102
4000	0,997	7,89	126	142

Hodnoty impedance  $Z_{\text{teor}}$  jsou vypočítány ze vztahu (3.4.2) pro parametry  $R = 4,2 \Omega$ ,  $L = 6 \text{ mH} = 0,006 \text{ H}$  a  $C_2 = 9,4 \mu\text{F}$ .

Grafická závislost teoretických hodnot podle vztahu (3.4.2) má v rozsahu 100 Hz – 2000 Hz u obou použitých kondenzátorů téměř identický průběh s experimentálně naměřenými daty. Pro frekvence větší než 2000 Hz se křivky mírně odlišují.



Obrázek 3.4.5 Graf závislosti impedance a proudu na frekvenci sériového RLC obvodu podle tabulky 3.4.2

## Závěr

Z tabulky 3.4.1 i grafu 3.4.4 plyne, že nejmenší impedance má sériový RLC obvod s kondenzátorem  $C_1 = 4,7 \mu\text{F}$  pro frekvenci cca 1000 Hz. Porovnáme-li tuto experimentálně nalezenou hodnotu s výpočtem podle vztahu (3.4.1), který dává hodnotu  $f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{6 \cdot 10^{-3} \cdot 4,7 \cdot 10^{-6}}} \text{ Hz} \doteq 948 \text{ Hz}$ , vidíme, že odchylka mezi hodnotami činí přibližně 5,5 %. Podobně můžeme určit z grafu 3.4.5 hodnotu rezonanční frekvence cca 700 Hz, přičemž výpočtem určená hodnota je  $f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{6 \cdot 10^{-3} \cdot 9,4 \cdot 10^{-6}}} \text{ Hz} \doteq 671 \text{ Hz}$ . Odchylka mezi hodnotami je v tomto případě 4,3 %.

Z obou grafů je také patrná koincidence maxima křivky proudu s minimem křivky impedance pro rezonanční frekvenci  $f_0$ .

## Otázky na závěr

1. Jak se změní hodnota frekvence  $f_0$ , jestliže použijeme cívku s menším počtem závitů?
2. Jak se změní křivka proudu, jestliže bychom do série k cívce připojili rezistor  $R = 100 \Omega$ ?